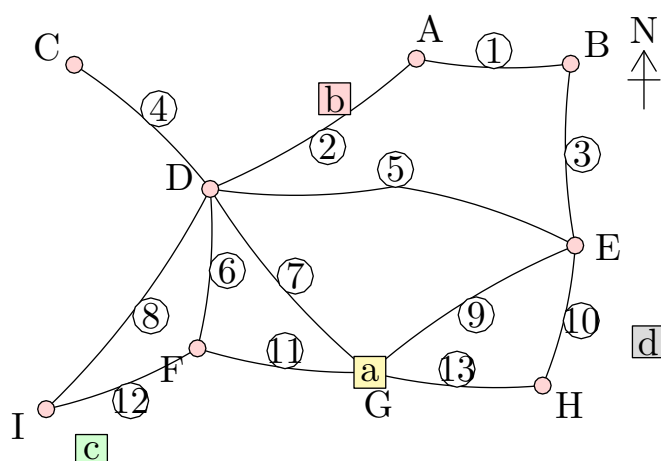


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Moulin	⑧ rue de l'Église	Ⓐ Coin du Lavoir	a la poste
② rue du Pont	⑨ rue du Puits	Ⓑ Fontaine Notre-Dame	b la pharmacie
③ rue du Four	⑩ rue Basse	Ⓒ Placette des Ormes	c la salle des fêtes
④ impasse du Puits	⑪ rue Haute	Ⓓ Carrefour du Lavoir	d l'église
⑤ allée des Peupliers	⑫ rue des Jardins	Ⓔ Carrefour des Quatre-Chemins	
⑥ rue Pasteur	⑬ chemin du Lavoir	Ⓕ Rond-point du Stade	
⑦ passage du Marché		Ⓖ Rond-point des Vaches	
		Ⓗ Place du Marché	
		Ⓘ Place Sainte-Croix	

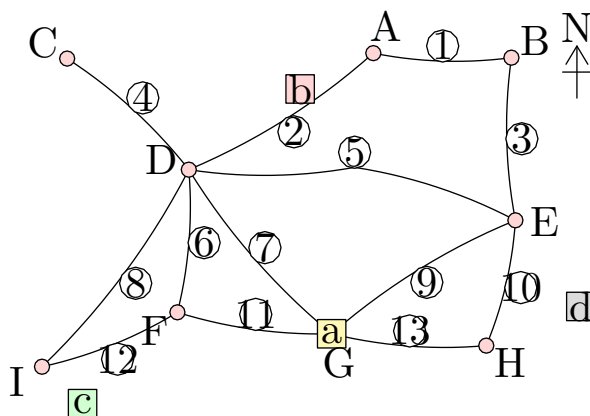
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	1	6	4	3	4	2	2
Parité	pair	pair	impair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : C, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **G**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, C et F : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **G**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de C à F. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°127



Ce parcours, en partant de C :

1. Il part de Placette des Ormes (C), prend l'**impasse du Puits** ④ vers le sud-est et atteint Carrefour du Lavoir (D).
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ②, vers le nord-est, jusqu'à Coin du Lavoir (A).
3. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ①, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (B).
4. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ③, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (E).
5. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (D).
6. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑥, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (F).
7. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑪, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (G).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (E).
9. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (H).
10. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑬, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (G).
11. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (D).
12. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (I).
13. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑫, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (F).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.