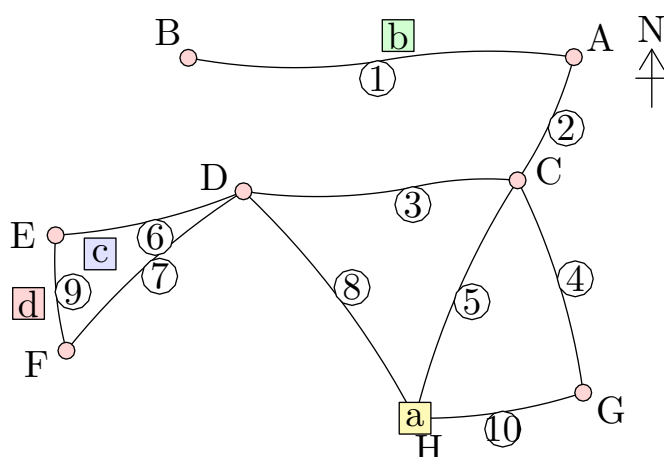


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① impasse Verte	⑥ chemin Creux	Ⓐ Coin du Lavoir	a la poste
② allée des Peupliers	⑦ boulevard du Parc	Ⓑ Place du Vieux-Puits	b la salle des fêtes
③ rue du Four	⑧ rue Verte	Ⓒ Carrefour Saint-Roch	c l'école
④ rue du Moulin	⑨ rue du Stade	Ⓓ Carrefour des Quatre-Chemins	d le marché couvert
⑤ rue de l'Église	⑩ rue Neuve	Ⓔ Place aux Herbes	
		Ⓕ Place Sainte-Croix	
		Ⓖ Placette des Ormes	
		Ⓗ Carrefour de l'Hôpital	

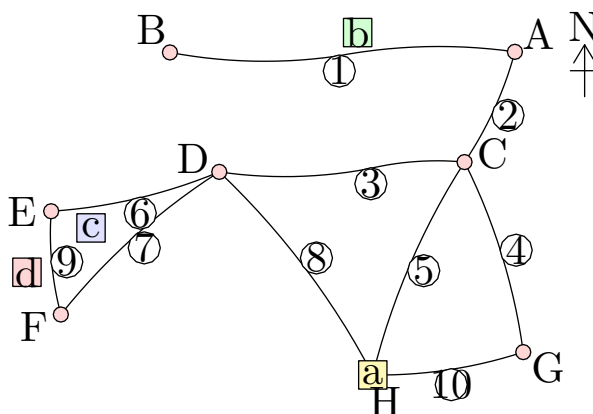
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	2	1	4	4	2	2	2	3
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $20 = 2 \times 10$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, H — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **H**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, B et H, et la poste est justement sur l'un des deux (H). Il part donc de la poste et termine en B, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°131



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (**H**), prend la **rue de l'Église** ⑤ vers le nord-est et atteint Carrefour Saint-Roch (**C**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ③, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**D**).
3. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**E**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑨, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**F**).
5. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**D**).
6. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**H**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑩, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes (**G**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ④, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**C**).
9. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ②, vers le nord-est, jusqu'à Coin du Lavoir (**A**).
10. Il tourne à gauche dans l'**impasse Verte** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**B**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en B ou en H : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.