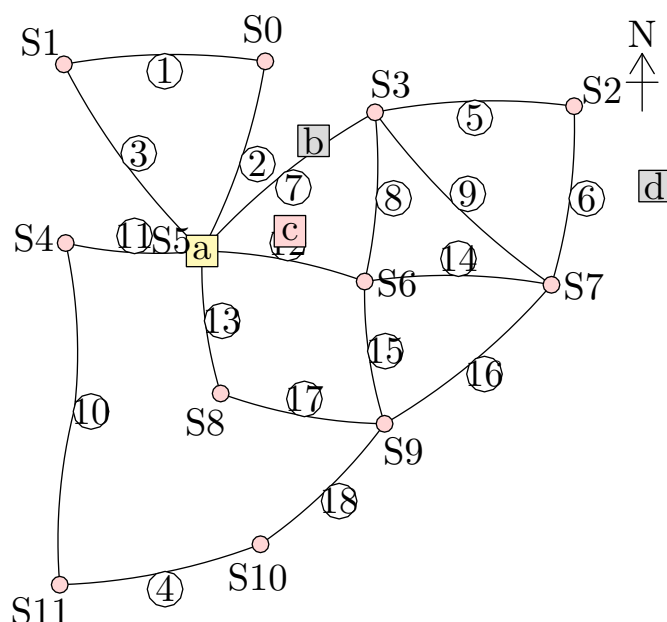


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Verte	⑩ avenue de la Gare	S0 Place de l'Église	a la poste
② rue du Stade	⑪ passage du Marché	S1 Place du Vieux-Puits	b le cimetière
③ rue Neuve	⑫ rue de la Poste	S2 Fontaine Notre-Dame	c la pharmacie
④ boulevard du Parc	⑬ rue des Écoles	S3 Carrefour du Moulin	d le gymnase
⑤ rue du Puits	⑭ chemin de Ronde	S4 Place du Marché	
⑥ rue du Four	⑮ chemin des Vignes	S5 Rond-point du Stade	
⑦ rue de la Mairie	⑯ allée des Peupliers	S6 Carrefour Saint-Roch	
⑧ venelle du Chat	⑰ rue de l'Église	S7 Rond-point du Pont	
⑨ quai aux Fleurs	⑱ rue du Moulin	S8 Coin du Lavoir	
		S9 Carrefour des Quatre-Chemins	
		S10 Place aux Herbes	
		S11 Place Sainte-Croix	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

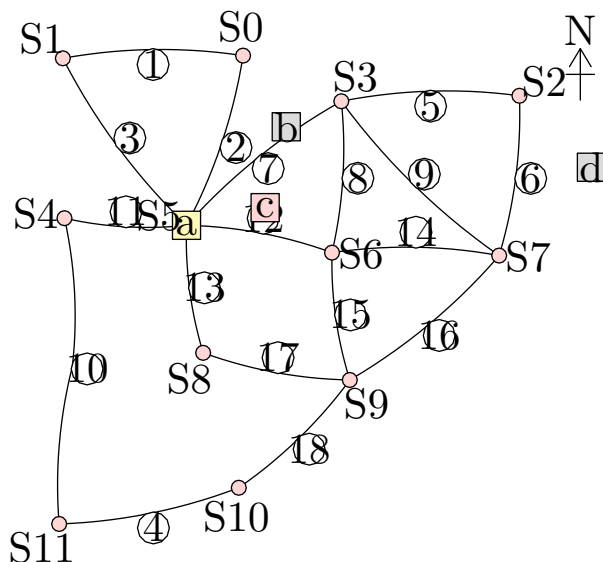
Problème — Fiche n°135



-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	2	2	2	4	2	6	4	4	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $36 = 2 \times 18$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S5**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°135



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Stade (**S5**), prend la **rue du Stade** ② vers le nord et atteint Place de l'Église (**S0**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S1**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ③, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S5**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S3**).
5. Il continue tout droit dans la **rue du Puits** ⑤, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S2**).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑥, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (**S7**).
7. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S3**).
8. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑧, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S6**).
9. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**S5**).
10. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché (**S4**).
11. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S11**).
12. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ④, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (**S10**).
13. Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S9**).
14. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑮, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S6**).
15. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑭, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S7**).
16. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑯, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S9**).
17. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**S8**).
18. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑬, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (**S5**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.