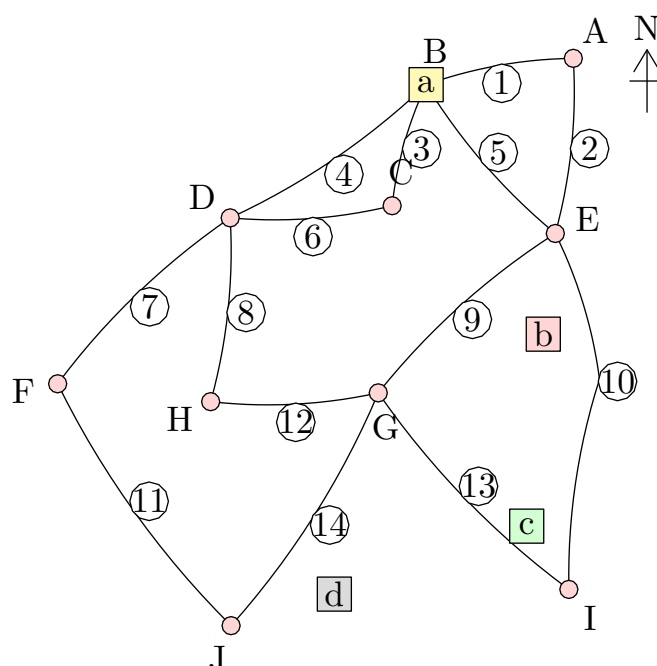




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Basse	⑧ rue du Puits	Ⓐ Placette des Ormes	a la poste
② boulevard du Parc	⑨ chemin de Ronde	Ⓑ Rond-point des Vaches	b le marché couvert
③ venelle du Chat	⑩ allée des Tilleuls	Ⓒ Coin du Lavoir	c la mairie
④ rue Pasteur	⑪ rue des Lilas	Ⓓ Rond-point de la Gare	d le stade
⑤ rue du Pont	⑫ rue Neuve	Ⓔ Carrefour du Lavoir	
⑥ sentier des Prés	⑬ rue des Jardins	Ⓕ Fontaine Notre-Dame	
⑦ rue du Four	⑭ chemin Creux	Ⓖ Carrefour de l'Hôpital	
		Ⓗ Place du Vieux-Puits	
		① Place de l'Église	
		Ⓙ Place du Marché	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°140

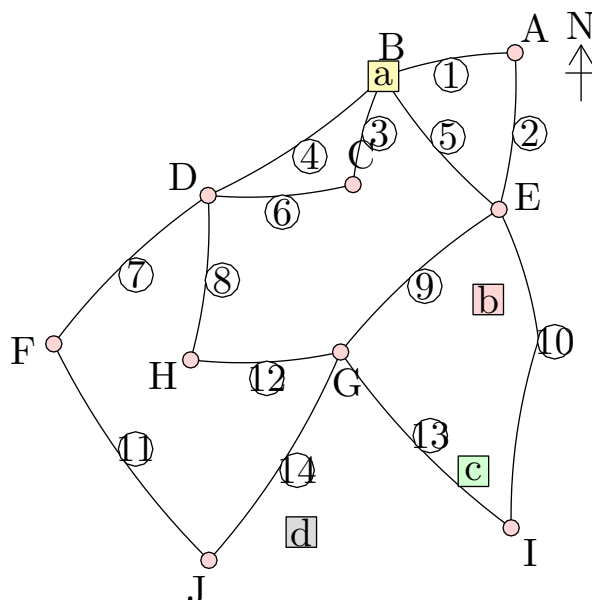


EULC0140

-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	4	2	4	4	2	4	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $28 = 2 \times 14$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°140



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point des Vaches (**B**), prend la **rue Basse** ① vers l'est et atteint Placette des Ormes (**A**).
2. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**E**).
3. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**B**).
4. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ③, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**C**).
5. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**D**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**F**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Place du Marché (**J**).
8. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑭, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**G**).
9. Il continue tout droit dans le **chemin de Ronde** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**E**).
10. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**I**).
11. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**G**).
12. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**H**).
13. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑧, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (**D**).
14. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ④, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**B**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.