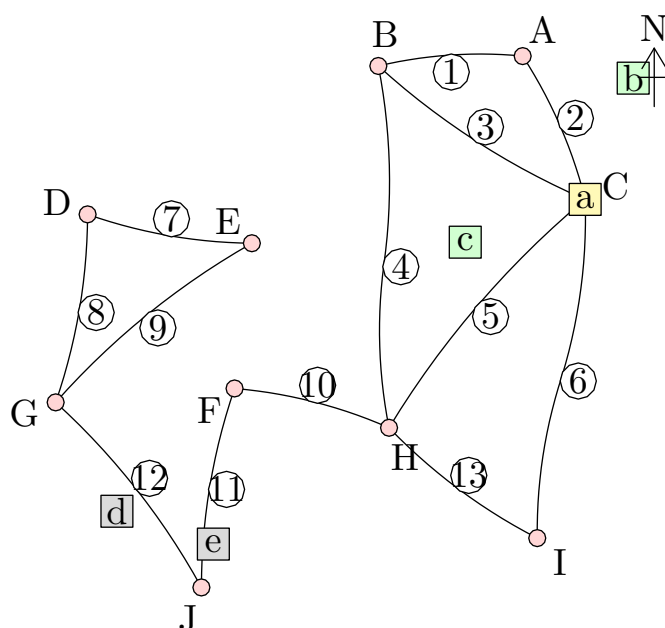




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Pasteur	⑧ venelle du Chat	Ⓐ Place du Marché	a la poste
② rue de la Mairie	⑨ rue Basse	Ⓑ Carrefour de l'Hôpital	b la salle des fêtes
③ rue Haute	⑩ chemin Creux	Ⓒ Rond-point des Vaches	c la bibliothèque
④ rue du Moulin	⑪ rue de l'Église	Ⓓ Place de la Fontaine	d le cimetière
⑤ rue Neuve	⑫ rue des Lilas	Ⓔ Place de l'Église	e le gymnase
⑥ rue du Four	⑬ passage du Marché	Ⓕ Fontaine Notre-Dame	
⑦ allée des Tilleuls		Ⓖ Carrefour de la Mairie	
		Ⓗ Carrefour Saint-Roch	
		① Coin du Lavoir	
		Ⓙ Placette des Ormes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

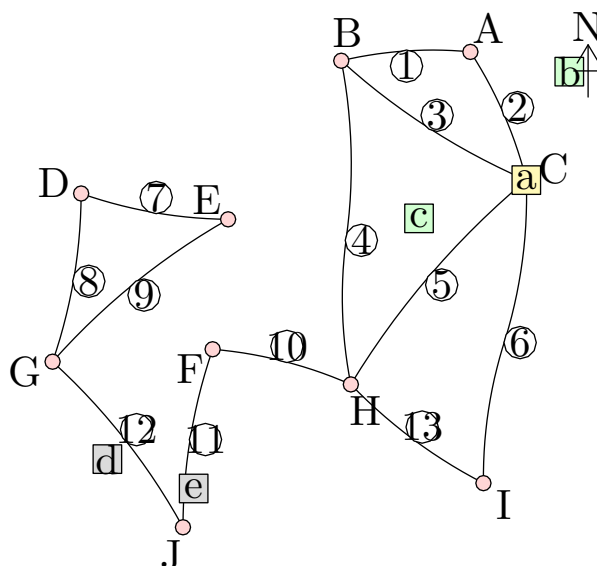
Problème — Fiche n°141



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	3	4	2	2	2	3	4	2	2
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en C, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, B et G : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en C, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de B à G. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°141



Ce parcours, en partant de B :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (**B**), prend la **rue Pasteur** ① vers l'est et atteint Place du Marché (**A**).
2. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ②, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**C**).
3. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**B**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**H**).
5. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑤, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**C**).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑥, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**I**).
7. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**H**).
8. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**F**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑪, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (**J**).
10. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**G**).
11. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑧, vers le nord, jusqu'à Place de la Fontaine (**D**).
12. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑦, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (**E**).
13. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**G**).