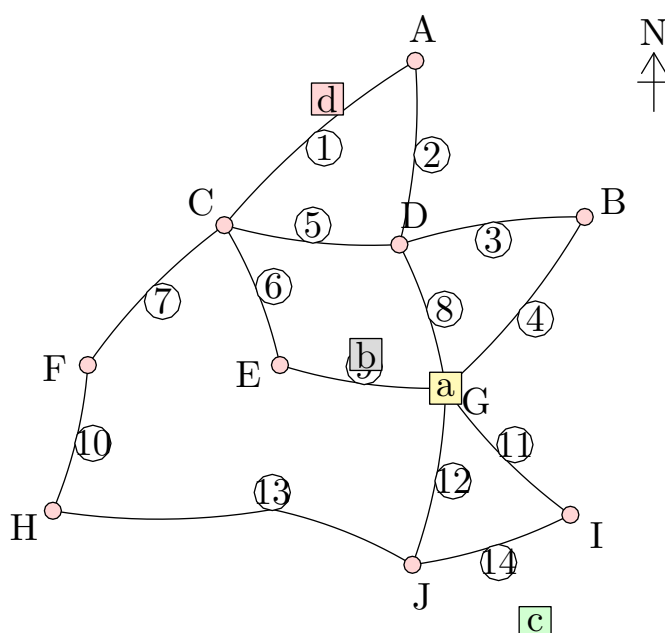


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Haute	⑧ boulevard du Parc	④ Place des Tanneurs	a la poste
② rue de l'Église	⑨ rue du Pont	⑤ Fontaine Notre-Dame	b le gymnase
③ rue du Stade	⑩ rue des Lilas	⑥ Carrefour Saint-Roch	c la salle des fêtes
④ rue Neuve	⑪ sentier des Prés	⑦ Rond-point des Vaches	d le lavoir
⑤ chemin du Lavoir	⑫ passage du Marché	⑧ Place aux Herbes	
⑥ rue du Puits	⑬ rue Basse	⑨ Place du Vieux-Puits	
⑦ rue des Écoles	⑭ allée des Tilleuls	⑩ Rond-point de la Gare	
		⑪ Coin du Lavoir	
		⑫ Place du Marché	
		⑬ Carrefour des Quatre-Chemins	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

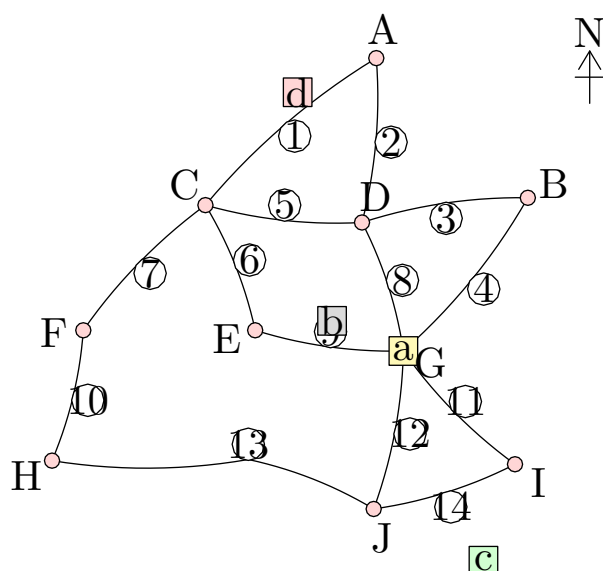
Problème — Fiche n°142



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	2	4	4	2	2	5	2	2	3
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $28 = 2 \times 14$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : G, J — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en G, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, G et J, et la poste est justement sur l'un des deux (G). Il part donc de la poste et termine en J, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°142



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point de la Gare (**G**), prend la **rue Neuve** ④ vers le nord-est et atteint Fontaine Notre-Dame (**B**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ③, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**D**).
3. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ②, vers le nord, jusqu'à Place des Tanneurs (**A**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ①, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**C**).
5. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑤, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**D**).
6. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑧, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (**G**).
7. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**E**).
8. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑥, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**C**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**F**).
10. Il continue tout droit dans la **rue des Lilas** ⑩, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**H**).
11. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑬, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**J**).
12. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑫, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (**G**).
13. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Place du Marché (**I**).
14. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**J**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en **G** ou en **J** : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.