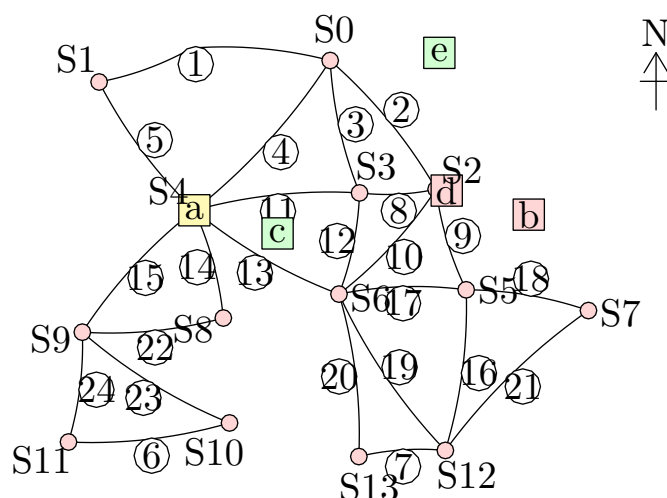




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① quai aux Fleurs	⑬ rue de la Mairie	S0 Carrefour de la Mairie	a la poste
② chemin du Lavoir	⑭ passage du Marché	S1 Fontaine Notre-Dame	b le marché couvert
③ rue de l'Église	⑮ chemin Creux	S2 Rond-point de la Poste	c la gendarmerie
④ allée des Peupliers	⑯ rue du Four	S3 Rond-point du Pont	d le lavoir
⑤ rue de la Poste	⑰ rue du Stade	S4 Rond-point des Vaches	e la mairie
⑥ chemin de Ronde	⑱ rue Neuve	S5 Carrefour des Tilleuls	
⑦ rue Basse	⑲ avenue de la Gare	S6 Rond-point de la Gare	
⑧ rue des Jardins	⑳ rue Verte	S7 Place des Tanneurs	
⑨ rue Pasteur	21 rue du Moulin	S8 Place du Vieux-Puits	
⑩ rue des Écoles	22 rue Haute	S9 Carrefour du Moulin	
⑪ boulevard du Parc	23 allée des Tilleuls	S10 Place du Marché	
⑫ chemin des Vignes	24 venelle du Chat	S11 Coin du Lavoir	
		S12 Carrefour de l'Hôpital	
		S13 Place de la Fontaine	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°145

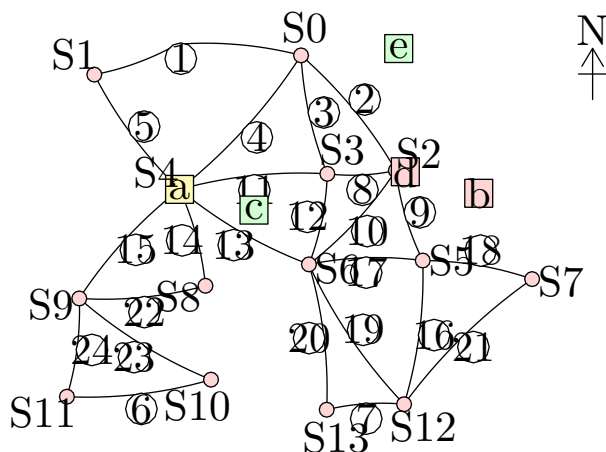


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	4	2	4	4	6	4	6	2	2	4	2	2	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $48 = 2 \times 24$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S4**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point des Vaches (S4), prend l'allée des Peupliers ④ vers le nord-est et atteint Carrefour de la Mairie (S0).
2. Il tourne à gauche dans le quai aux Fleurs ①, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S1).
3. Il tourne à gauche dans la rue de la Poste ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
4. Il tourne à gauche dans le boulevard du Parc ⑪, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (S3).
5. Il tourne à gauche dans la rue de l'Église ③, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S0).
6. Il tourne à droite dans le chemin du Lavoir ②, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S2).
7. Il tourne à droite dans la rue des Jardins ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S3).
8. Il tourne à gauche dans le chemin des Vignes ⑫, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (S6).
9. Il tourne à gauche dans la rue des Écoles ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S2).
10. Il tourne à droite dans la rue Pasteur ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S5).
11. Il continue tout droit dans la rue du Four ⑯, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S12).
12. Il tourne à droite dans la rue Basse ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (S13).
13. Il tourne à droite dans la rue Verte ⑳, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (S6).
14. Il tourne à droite dans la rue du Stade ⑰, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S5).
15. Il continue tout droit dans la rue Neuve ⑱, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (S7).
16. Il tourne à droite dans la rue du Moulin 21, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S12).
17. Il tourne à droite dans l'avenue de la Gare ⑲, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S6).
18. Il tourne à gauche dans la rue de la Mairie ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
19. Il prend dans le passage du Marché ⑭, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S8).
20. Il tourne à droite dans la rue Haute 22, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S9).
21. Il tourne à gauche dans l'allée des Tilleuls 23, vers le sud-est, jusqu'à Place du Marché (S10).
22. Il tourne à droite dans le chemin de Ronde ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (S11).
23. Il tourne à droite dans la venelle du Chat 24, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (S9).
24. Il tourne à droite dans le chemin Creux ⑮, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.