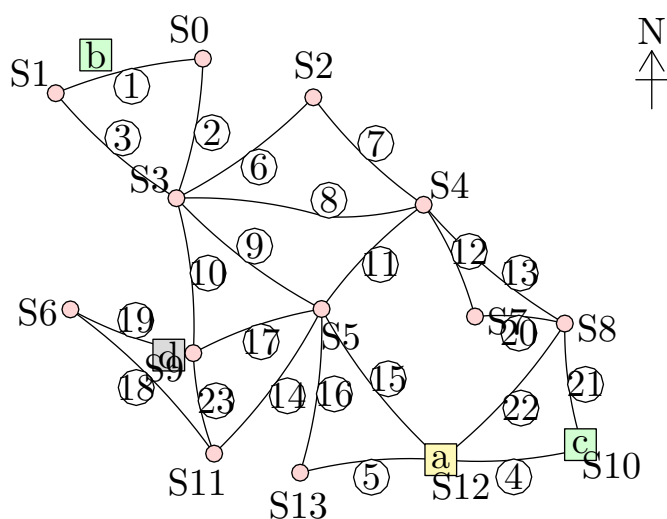


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

## La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



**Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.**

| Les rues             |                       | Les carrefours                   | Les bâtiments            |
|----------------------|-----------------------|----------------------------------|--------------------------|
| ① rue de la Poste    | ⑬ rue du Four         | S0 Place de l'Église             | <b>a</b> la poste        |
| ② chemin de Ronde    | ⑭ rue de l'Église     | S1 Fontaine Notre-Dame           | <b>b</b> la mairie       |
| ③ rue de la Mairie   | ⑮ rue des Jardins     | S2 Place du Marché               | <b>c</b> la bibliothèque |
| ④ boulevard du Parc  | ⑯ chemin des Vignes   | S3 Rond-point de la Gare         | <b>d</b> l'église        |
| ⑤ avenue de la Gare  | ⑰ rue des Écoles      | S4 Rond-point des Vaches         |                          |
| ⑥ allée des Tilleuls | ⑱ rue Pasteur         | S5 Carrefour de la Mairie        |                          |
| ⑦ rue Haute          | ⑲ allée des Peupliers | S6 Place du Vieux-Puits          |                          |
| ⑧ rue du Stade       | ⑳ rue Verte           | S7 Place de la Fontaine          |                          |
| ⑨ sentier des Prés   | 21 passage du Marché  | S8 Carrefour du Lavoir           |                          |
| ⑩ chemin Creux       | 22 rue Basse          | S9 Carrefour Saint-Roch          |                          |
| ⑪ rue du Moulin      | 23 chemin du Lavoir   | S10 Place aux Herbes             |                          |
| ⑫ rue des Lilas      |                       | S11 Carrefour des Quatre-Chemins |                          |
|                      |                       | S12 Rond-point du Stade          |                          |
|                      |                       | S13 Place des Tanneurs           |                          |

*Légende du plan*

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



## La tournée du facteur

Problème — Fiche n°146

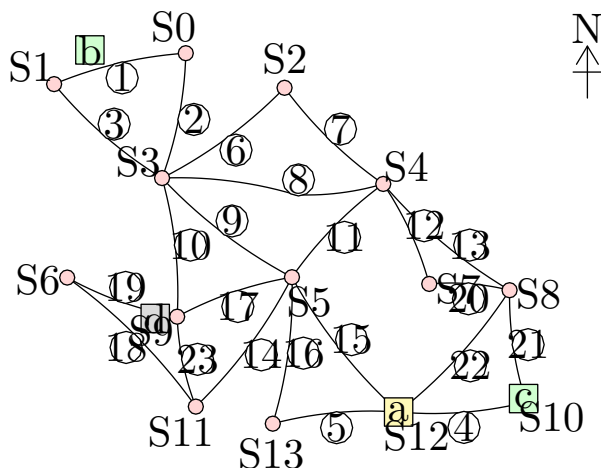


- 
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
  2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
  3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
  4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



## Correction

### La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

| Carrefour      | S0   | S1   | S2   | S3   | S4     | S5   | S6   | S7   | S8   | S9   | S10  | S11    | S12  | S13  |
|----------------|------|------|------|------|--------|------|------|------|------|------|------|--------|------|------|
| Nombre de rues | 2    | 2    | 2    | 6    | 5      | 6    | 2    | 2    | 4    | 4    | 2    | 3      | 4    | 2    |
| Parité         | pair | pair | pair | pair | impair | pair | pair | pair | pair | pair | pair | impair | pair | pair |

Vérification : la somme de ces nombres vaut  $46 = 2 \times 23$ , car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

**Les carrefours à nombre impair de rues sont : S4, S11 — il y en a 2.**

2.

**Le raisonnement clé.** Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

**Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».**

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S12**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

**Non. Deux carrefours sont impairs, S4 et S11 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.**

Or la poste est en **S12**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

**Oui, une tournée existe — mais elle va de S4 à S11. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.**



## La tournée du facteur

Problème — Fiche n°146



Ce parcours, en partant de S4 :

1. Il part de Rond-point des Vaches (S4), prend la **rue Haute** ⑦ vers le nord-ouest et atteint Place du Marché (S2).
2. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S3).
3. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ②, vers le nord, jusqu'à Place de l'Église (S0).
4. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ①, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S1).
5. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ③, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S3).
6. Il continue tout droit dans la **rue du Stade** ⑧, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
7. Il prend dans la **rue du Moulin** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S5).
8. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S3).
9. Il prend dans le **chemin Creux** ⑩, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S9).
10. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑰, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S5).
11. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑮, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (S12).
12. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ④, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (S10).
13. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** 21, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S8).
14. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
15. Il prend dans la **rue des Lilas** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Place de la Fontaine (S7).
16. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑳, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S8).
17. Il tourne à droite dans la **rue Basse** 22, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (S12).
18. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (S13).
19. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑯, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S5).
20. Il prend dans la **rue de l'Église** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S11).
21. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑱, vers le nord-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S6).
22. Il prend dans l'**allée des Peupliers** ⑲, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S9).
23. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** 23, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S11).