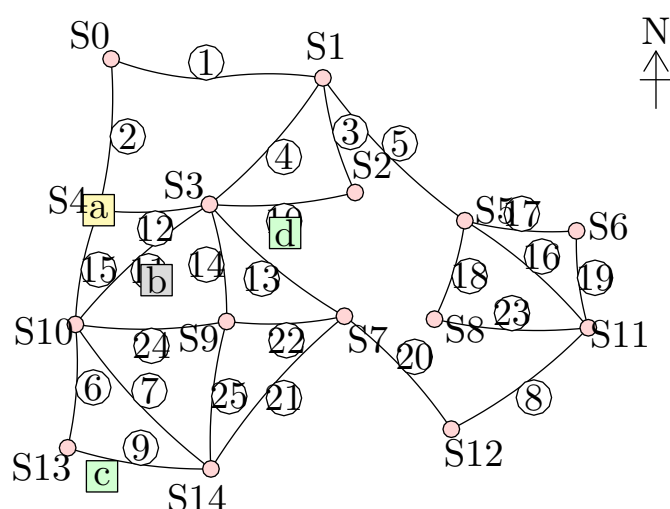


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin Creux	⑭ allée des Tilleuls	S0 Place de la Fontaine	a la poste
② rue de l'Église	⑮ rue des Jardins	S1 Rond-point du Stade	b le cimetière
③ rue Neuve	⑯ sentier des Prés	S2 Place de l'Église	c la gendarmerie
④ chemin de Ronde	⑰ rue du Moulin	S3 Rond-point du Pont	d la mairie
⑤ passage du Marché	⑱ rue de la Poste	S4 Carrefour de la Mairie	
⑥ rue Haute	⑲ chemin du Lavoir	S5 Carrefour du Lavoir	
⑦ rue du Four	⑳ venelle du Chat	S6 Place des Tanneurs	
⑧ chemin des Vignes	21 rue Basse	S7 Rond-point de la Gare	
⑨ rue des Lilas	22 rue du Pont	S8 Fontaine Notre-Dame	
⑩ allée des Peupliers	23 boulevard du Parc	S9 Carrefour de l'Hôpital	
⑪ rue des Écoles	24 rue Verte	S10 Carrefour des Tilleuls	
⑫ rue du Puits	25 rue de la Mairie	S11 Carrefour du Moulin	
⑬ avenue de la Gare		S12 Placette des Ormes	
		S13 Place du Marché	
		S14 Carrefour Saint-Roch	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°147

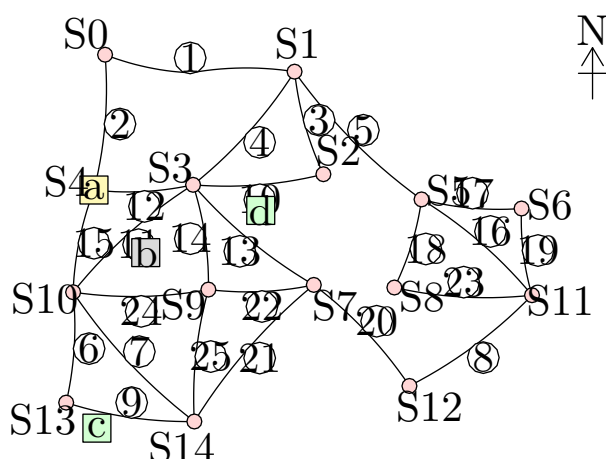


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	2	4	2	6	3	4	2	4	2	4	5	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $50 = 2 \times 25$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S4, S10 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S4**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S4 et S10, et la poste est justement sur l'un des deux (S4). Il part donc de la poste et termine en S10, l'autre carrefour impair.



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de la Mairie (S4), prend la **rue de l'Église** ② vers le nord et atteint Place de la Fontaine (S0).
2. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ①, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (S1).
3. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ③, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (S2).
4. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S3).
5. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ④, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (S1).
6. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S5).
7. Il continue tout droit dans le **sentier des Prés** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S11).
8. Il prend dans le **chemin du Lavoir** ⑩, vers le nord, jusqu'à Place des Tanneurs (S6).
9. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S5).
10. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑩, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S8).
11. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** 23, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S11).
12. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (S12).
13. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S7).
14. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S3).
15. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S10).
16. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑥, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (S13).
17. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S14).
18. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S10).
19. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑩, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S4).
20. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑩, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (S3).
21. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑩, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S9).
22. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** 22, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S7).
23. Il prend dans la **rue Basse** 21, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S14).
24. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** 25, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S9).
25. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** 24, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S10).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S4 ou en S10 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.