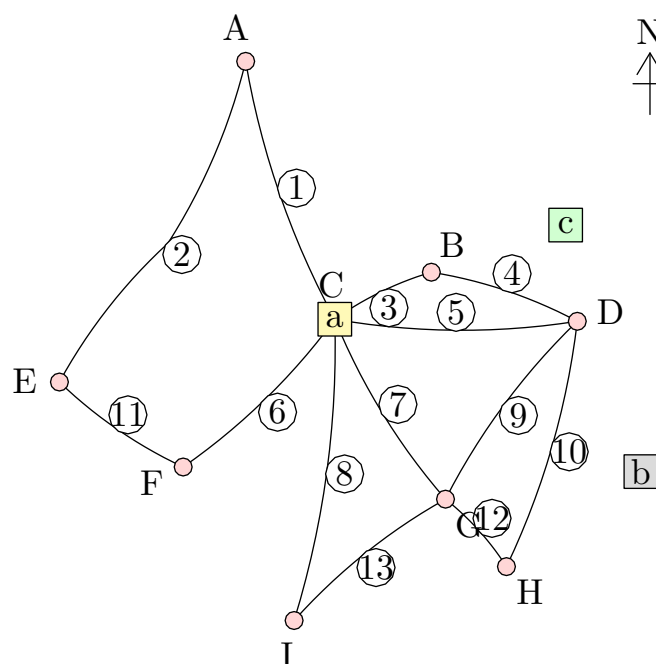




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue des Écoles	⑧ quai aux Fleurs	Ⓐ Placette des Ormes	a la poste
② rue Verte	⑨ venelle du Chat	Ⓑ Place aux Herbes	b le gymnase
③ rue de la Poste	⑩ rue du Stade	Ⓒ Rond-point de la Gare	c la salle des fêtes
④ rue des Lilas	⑪ rue de l'Église	Ⓓ Rond-point de la Poste	
⑤ boulevard du Parc	⑫ chemin de Ronde	Ⓔ Fontaine Notre-Dame	
⑥ rue Pasteur	⑬ rue Haute	Ⓕ Place de l'Église	
⑦ rue des Jardins		Ⓖ Carrefour des Tilleuls	
		Ⓗ Place du Vieux-Puits	
		Ⓘ Place de la Fontaine	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

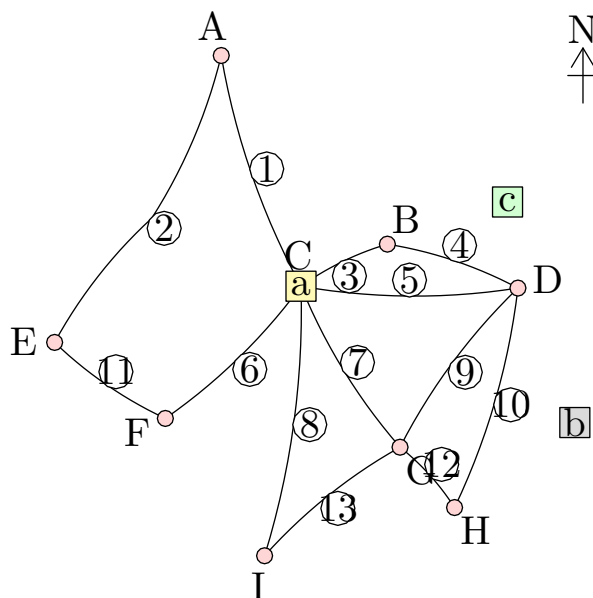
Problème — Fiche n°155



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	6	4	2	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **C**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°155



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point de la Gare (C), prend la **rue des Écoles** ① vers le nord et atteint Placette des Ormes (A).
2. Il prend dans la **rue Verte** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (E).
3. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Place de l'Église (F).
4. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (C).
5. Il continue tout droit dans la **rue de la Poste** ③, vers le nord-est, jusqu'à Place aux Herbes (B).
6. Il continue tout droit dans la **rue des Lilas** ④, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (D).
7. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (C).
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (G).
9. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (D).
10. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (H).
11. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (G).
12. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑬, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (I).
13. Il prend dans le **quai aux Fleurs** ⑧, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (C).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.