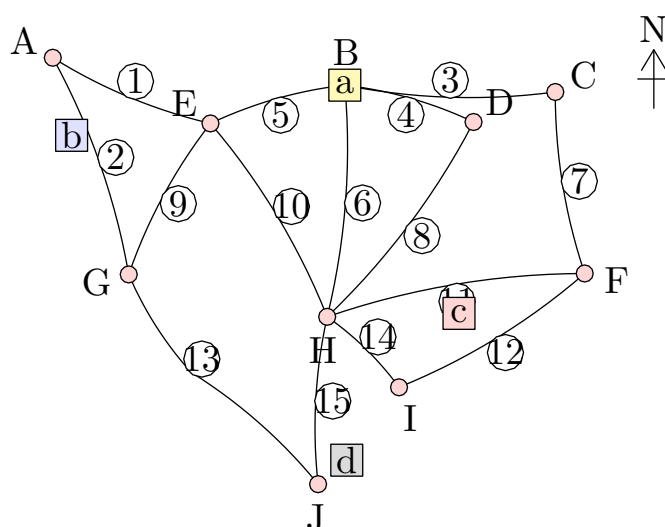


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Four	⑨ rue de l'Église	Ⓐ Place Sainte-Croix	a la poste
② rue Verte	⑩ rue de la Mairie	Ⓑ Carrefour Saint-Roch	b l'école
③ rue des Lilas	⑪ rue Basse	Ⓒ Place aux Herbes	c la boulangerie
④ avenue de la Gare	⑫ rue de la Poste	Ⓓ Place du Marché	d le gymnase
⑤ quai aux Fleurs	⑬ rue du Puits	Ⓔ Rond-point de la Poste	
⑥ rue Pasteur	⑭ chemin de Ronde	Ⓕ Carrefour de l'Hôpital	
⑦ rue du Pont	⑮ chemin Creux	Ⓖ Rond-point du Pont	
⑧ rue du Moulin		Ⓗ Carrefour du Moulin	
		Ⓘ Coin du Lavoir	
		Ⓙ Place de l'Église	

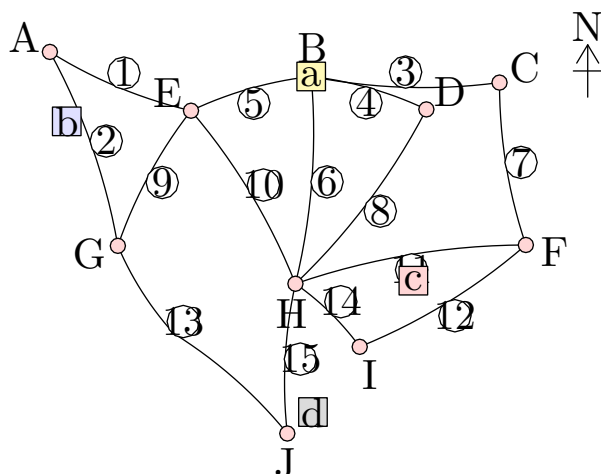
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ? Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	4	2	2	4	3	3	6	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	impair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : F, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, F et G : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **B**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de F à G. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°156



Ce parcours, en partant de F :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital **(F)**, prend la **rue du Pont** ⑦ vers le nord et atteint Place aux Herbes **(C)**.
2. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ③, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(B)**.
3. Il prend dans l'**avenue de la Gare** ④, vers l'est, jusqu'à Place du Marché **(D)**.
4. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin **(H)**.
5. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑥, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(B)**.
6. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste **(E)**.
7. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ①, vers le nord-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix **(A)**.
8. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont **(G)**.
9. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste **(E)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Moulin **(H)**.
11. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑪, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(F)**.
12. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir **(I)**.
13. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑭, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin **(H)**.
14. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑮, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église **(J)**.
15. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(G)**.