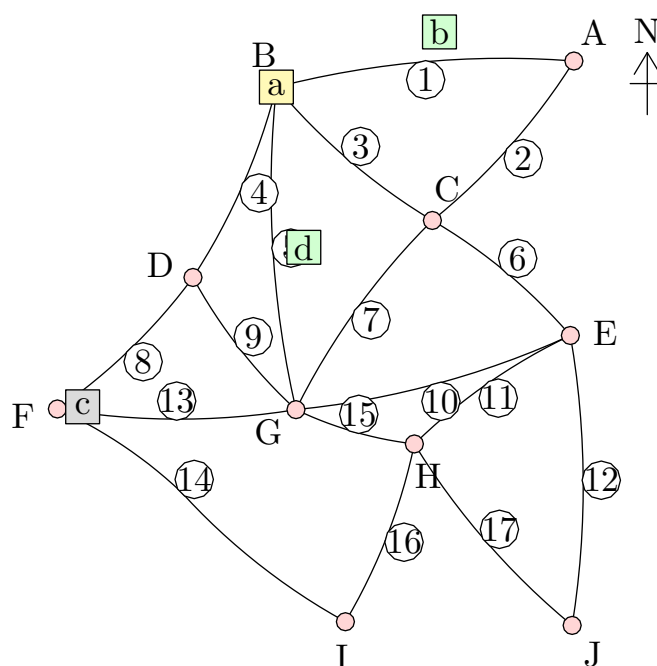


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① boulevard du Parc	⑩ passage du Marché	Ⓐ Place des Tanneurs	a la poste
② rue des Écoles	⑪ avenue de la Gare	Ⓑ Carrefour de la Mairie	b la bibliothèque
③ rue des Lilas	⑫ rue Haute	Ⓒ Rond-point de la Poste	c le stade
④ rue Pasteur	⑬ chemin Creux	Ⓓ Carrefour du Lavoir	d la salle des fêtes
⑤ rue Neuve	⑭ quai aux Fleurs	Ⓔ Carrefour des Quatre-Chemins	
⑥ allée des Tilleuls	⑮ rue du Puits	Ⓕ Rond-point du Stade	
⑦ chemin du Lavoir	⑯ rue du Four	Ⓖ Carrefour Saint-Roch	
⑧ rue de l'Église	⑰ rue du Stade	Ⓗ Carrefour de l'Hôpital	
⑨ venelle du Chat		Ⓘ Place aux Herbes	
		Ⓙ Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

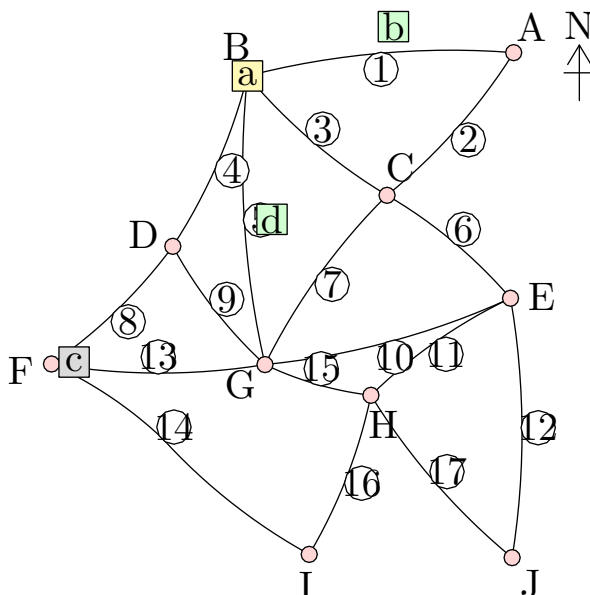
Problème — Fiche n°157



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	4	4	3	4	3	6	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	impair	pair	impair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $34 = 2 \times 17$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : D, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, D et F : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **B**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de D à F. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°157



Ce parcours, en partant de D :

1. Il part de Carrefour du Lavoir **(D)**, prend la **rue Pasteur** ④ vers le nord-est et atteint Carrefour de la Mairie **(B)**.
2. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ①, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs **(A)**.
3. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste **(C)**.
4. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(B)**.
5. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑤, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(G)**.
6. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste **(C)**.
7. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(E)**.
8. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(G)**.
9. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(D)**.
10. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade **(F)**.
11. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑬, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(G)**.
12. Il continue tout droit dans la **rue du Puits** ⑮, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(H)**.
13. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑪, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(E)**.
14. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑫, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église **(J)**.
15. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑰, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(H)**.
16. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑯, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes **(I)**.
17. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑭, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade **(F)**.