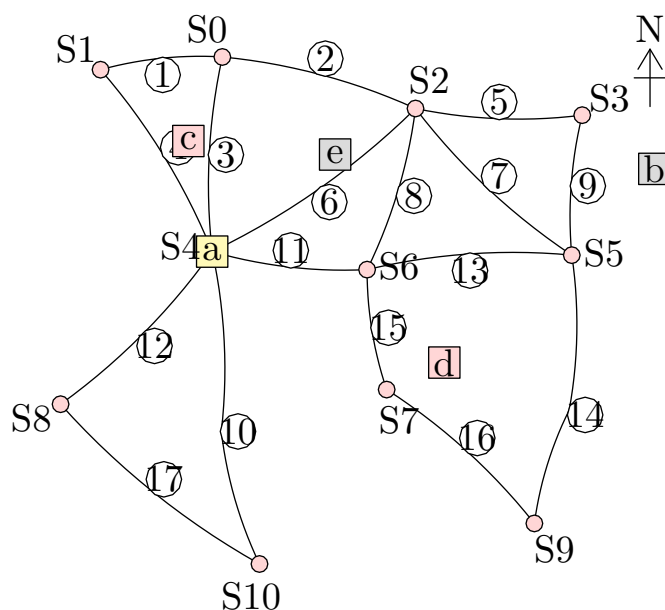


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin de Ronde	⑩ rue Verte	S0 Rond-point de la Gare	a la poste
② rue des Écoles	⑪ rue du Moulin	S1 Place du Vieux-Puits	b l'église
③ chemin des Vignes	⑫ rue Pasteur	S2 Carrefour de l'Hôpital	c la boulangerie
④ sentier des Prés	⑬ chemin Creux	S3 Placette des Ormes	d la pharmacie
⑤ venelle du Chat	⑭ avenue de la Gare	S4 Rond-point des Vaches	e le cimetière
⑥ rue des Jardins	⑮ rue des Lilas	S5 Carrefour du Lavoir	
⑦ rue de la Poste	⑯ chemin du Lavoir	S6 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑧ rue de la Mairie	⑰ rue Neuve	S7 Place de l'Église	
⑨ allée des Peupliers		S8 Place de la Fontaine	
		S9 Fontaine Notre-Dame	
		S10 Place du Marché	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

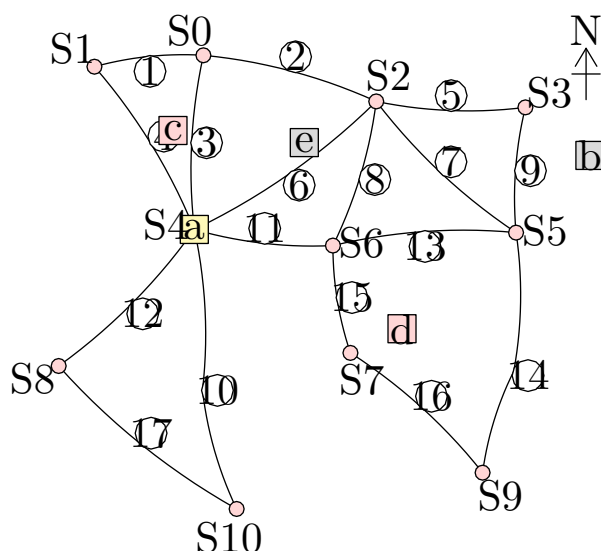
Problème — Fiche n°16



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	3	2	5	2	6	4	4	2	2	2	2
Parité	impair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $34 = 2 \times 17$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S0, S2 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S4**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S0 et S2 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S4**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S0 à S2. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°16



Ce parcours, en partant de S0 :

1. Il part de Rond-point de la Gare (S0), prend le **chemin de Ronde** ① vers l'ouest et atteint Place du Vieux-Puits (S1).
2. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ④, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
3. Il prend dans le **chemin des Vignes** ③, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (S0).
4. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ②, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S2).
5. Il continue tout droit dans la **venelle du Chat** ⑤, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes (S3).
6. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S5).
7. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S2).
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
9. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (S10).
10. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑰, vers le nord-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (S8).
11. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑪, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).
13. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ⑬, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S5).
14. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑭, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S9).
15. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Place de l'Église (S7).
16. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑮, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).
17. Il continue tout droit dans la **rue de la Mairie** ⑧, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S2).