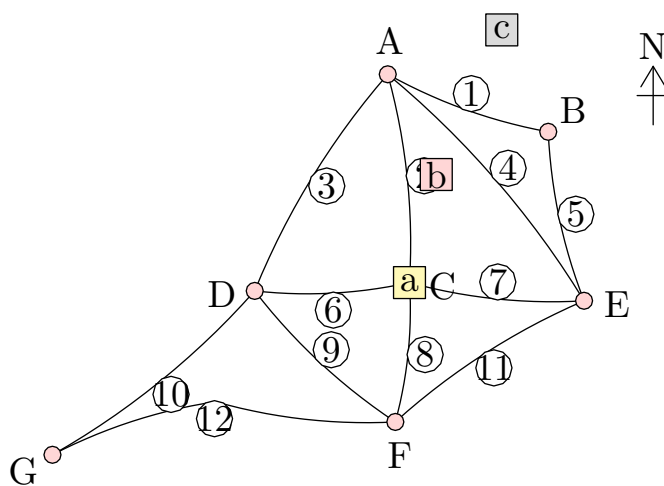


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① passage du Marché	⑦ chemin Creux	Ⓐ Rond-point du Stade	a la poste
② rue Neuve	⑧ rue du Puits	Ⓑ Place de l'Église	b le marché couvert
③ rue Haute	⑨ allée des Peupliers	Ⓒ Rond-point des Vaches	c le cimetière
④ rue des Écoles	⑩ rue du Moulin	Ⓓ Carrefour des Quatre-Chemins	
⑤ allée des Tilleuls	⑪ rue Basse	Ⓔ Carrefour Saint-Roch	
⑥ rue du Pont	⑫ rue des Jardins	Ⓕ Rond-point de la Poste	
		Ⓖ Placette des Ormes	

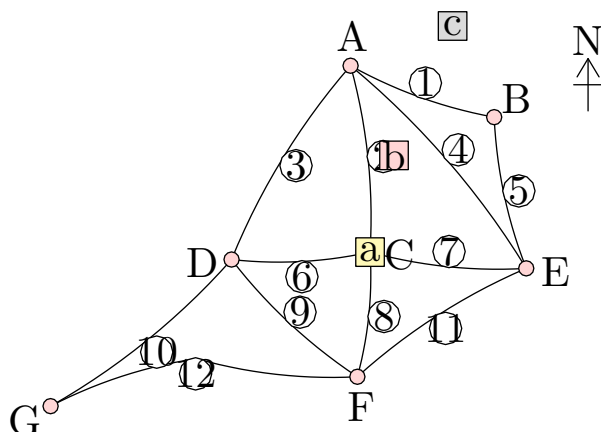
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G
Nombre de rues	4	2	4	4	4	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **C**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°165



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point des Vaches (C), prend la **rue Neuve** ② vers le nord et atteint Rond-point du Stade (A).
2. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ①, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (B).
3. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑤, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (E).
4. Il prend dans la **rue des Écoles** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (A).
5. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (D).
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑥, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (C).
7. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ⑦, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (E).
8. Il prend dans la **rue Basse** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (F).
9. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (D).
10. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (G).
11. Il prend dans la **rue des Jardins** ⑫, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (F).
12. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑧, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (C).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.