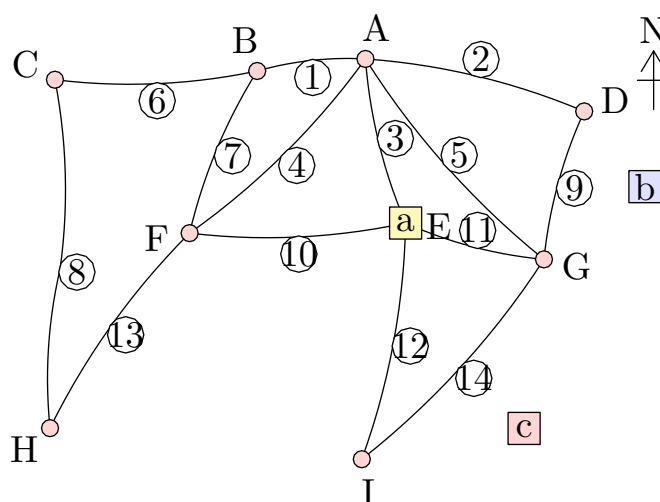


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Neuve	⑧ rue Basse	Ⓐ Rond-point du Pont	a la poste
② allée des Peupliers	⑨ rue de la Poste	Ⓑ Carrefour des Tilleuls	b l'école
③ rue Pasteur	⑩ rue du Pont	Ⓒ Place Sainte-Croix	c le marché couvert
④ sentier des Prés	⑪ rue des Jardins	Ⓓ Place du Marché	
⑤ venelle du Chat	⑫ rue du Four	Ⓔ Carrefour du Moulin	
⑥ chemin Creux	⑬ rue du Moulin	Ⓕ Rond-point de la Poste	
⑦ chemin du Lavoir	⑭ rue du Puits	Ⓖ Carrefour du Lavoir	
		Ⓗ Place des Tanneurs	
		Ⓘ Placette des Ormes	

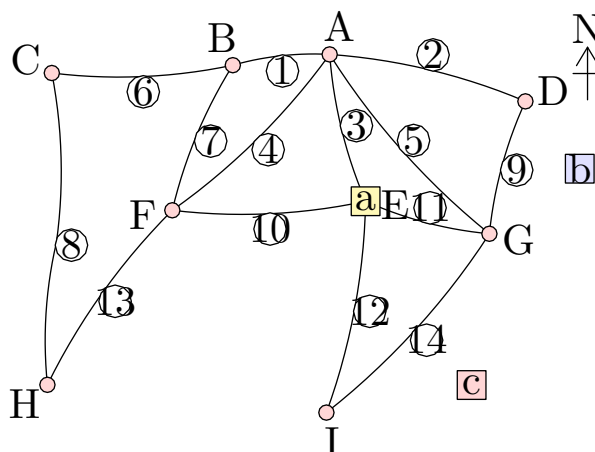
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	5	3	2	2	4	4	4	2	2
Parité	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $28 = 2 \times 14$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, B — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **E**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, A et B : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **E**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de A à B. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°166



Ce parcours, en partant de A :

1. Il part de Rond-point du Pont (**A**), prend la **rue Neuve** ① vers l'ouest et atteint Carrefour des Tilleuls (**B**).
2. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**C**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑧, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (**H**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**F**).
5. Il continue tout droit dans le **sentier des Prés** ④, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (**A**).
6. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ②, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (**D**).
7. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**G**).
8. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**A**).
9. Il prend dans la **rue Pasteur** ③, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (**E**).
10. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑪, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**G**).
11. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (**I**).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑫, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (**E**).
13. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**F**).
14. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**B**).