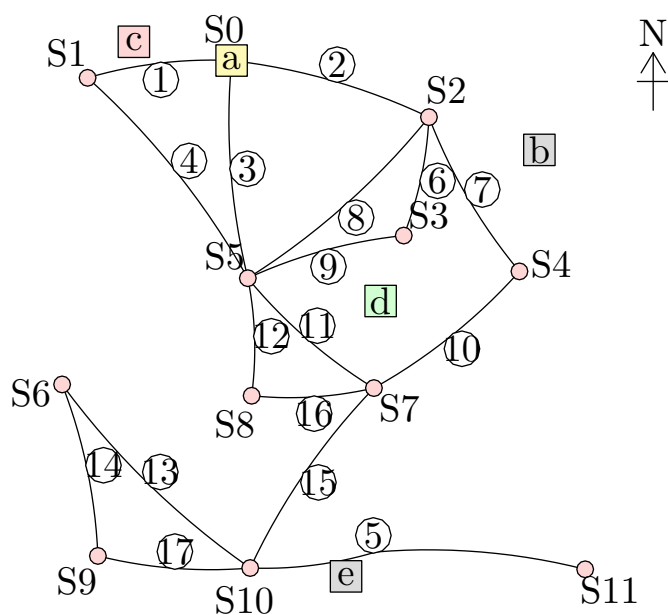


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Neuve	⑩ rue du Four	S0 Carrefour du Lavoir	a la poste
② venelle du Chat	⑪ rue du Puits	S1 Coin du Lavoir	b le gymnase
③ rue Verte	⑫ rue du Pont	S2 Rond-point du Stade	c le marché couvert
④ rue des Jardins	⑬ rue de l'Église	S3 Fontaine Notre-Dame	d la gendarmerie
⑤ impasse des Roses	⑭ chemin Creux	S4 Place de l'Église	e l'église
⑥ chemin des Vignes	⑮ rue Haute	S5 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑦ chemin du Lavoir	⑯ rue du Stade	S6 Place Sainte-Croix	
⑧ rue de la Mairie	⑰ rue des Écoles	S7 Rond-point de la Gare	
⑨ rue de la Poste		S8 Place aux Herbes	
		S9 Place du Marché	
		S10 Carrefour de la Mairie	
		S11 Place du Vieux-Puits	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

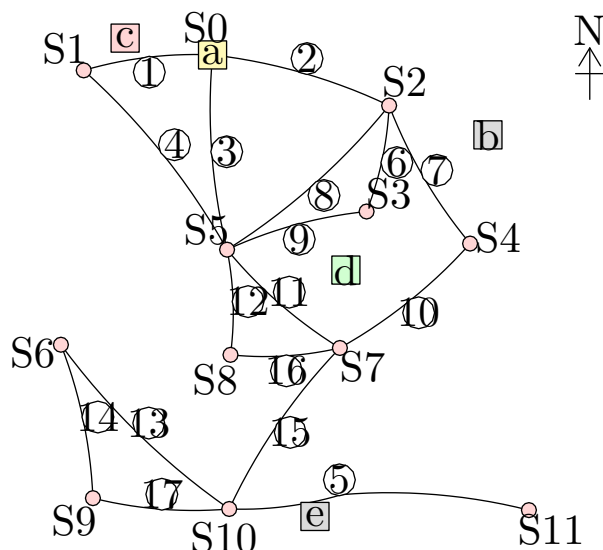
Problème — Fiche n°17



-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	3	2	4	2	2	6	2	4	2	2	4	1
Parité	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $34 = 2 \times 17$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S0, S11 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en S0, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S0 et S11, et la poste est justement sur l'un des deux (S0). Il part donc de la poste et termine en S11, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°17



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (S0), prend la **rue Neuve** ① vers l'ouest et atteint Coin du Lavoir (S1).
2. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ④, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S5).
3. Il prend dans la **rue Verte** ③, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S0).
4. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ②, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (S2).
5. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑥, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S3).
6. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S5).
7. Il prend dans la **rue de la Mairie** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (S2).
8. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Place de l'Église (S4).
9. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S7).
10. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S5).
11. Il prend dans la **rue du Pont** ⑫, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (S8).
12. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑬, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S7).
13. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S10).
14. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (S6).
15. Il prend dans le **chemin Creux** ⑭, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (S9).
16. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑰, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S10).
17. Il continue tout droit dans l'**impasse des Roses** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S11).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S0 ou en S11 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.