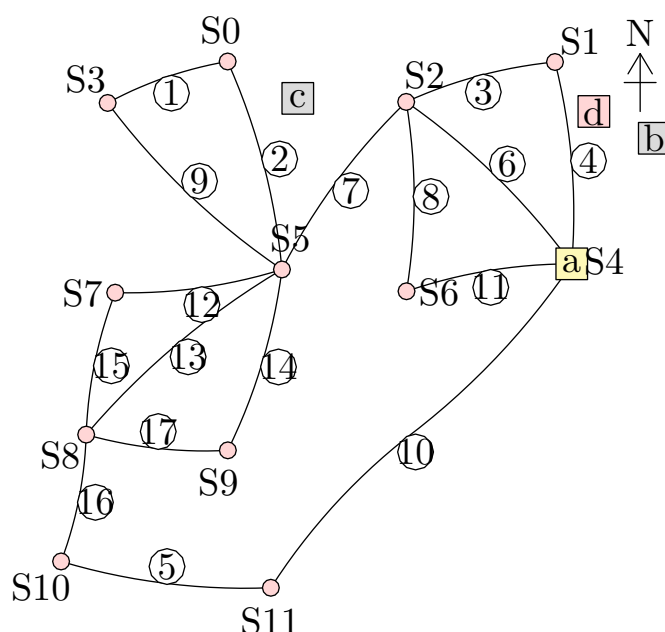




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① boulevard du Parc	⑩ avenue de la Gare	S0 Coin du Lavoir	a la poste
② rue du Four	⑪ rue des Lilas	S1 Place des Tanneurs	b l'église
③ rue du Moulin	⑫ rue Haute	S2 Rond-point de la Gare	c le stade
④ chemin de Ronde	⑬ rue des Jardins	S3 Place de l'Église	d la pharmacie
⑤ rue de l'Église	⑭ rue du Puits	S4 Carrefour du Moulin	
⑥ chemin des Vignes	⑮ rue Neuve	S5 Rond-point de la Poste	
⑦ chemin Creux	⑯ allée des Peupliers	S6 Fontaine Notre-Dame	
⑧ passage du Marché	⑰ rue Pasteur	S7 Place aux Herbes	
⑨ allée des Tilleuls		S8 Carrefour du Lavoir	
		S9 Placette des Ormes	
		S10 Place du Vieux-Puits	
		S11 Place de la Fontaine	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°175



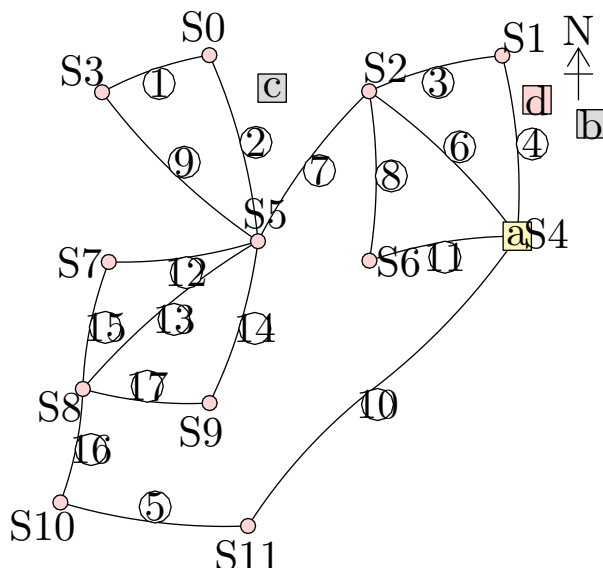
EULC0175

-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	2	2	4	2	4	6	2	2	4	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $34 = 2 \times 17$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S4**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°175



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour du Moulin (S4), prend le **chemin de Ronde** ④ vers le nord et atteint Place des Tanneurs (S1).
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ③, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S2).
3. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S4).
4. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (S11).
5. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S10).
6. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑩, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S8).
7. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S5).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ②, vers le nord, jusqu'à Coin du Lavoir (S0).
9. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place de l'Église (S3).
10. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑨, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S5).
11. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (S7).
12. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑮, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S8).
13. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑰, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes (S9).
14. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑭, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Poste (S5).
15. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S2).
16. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑧, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S6).
17. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑪, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S4).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.