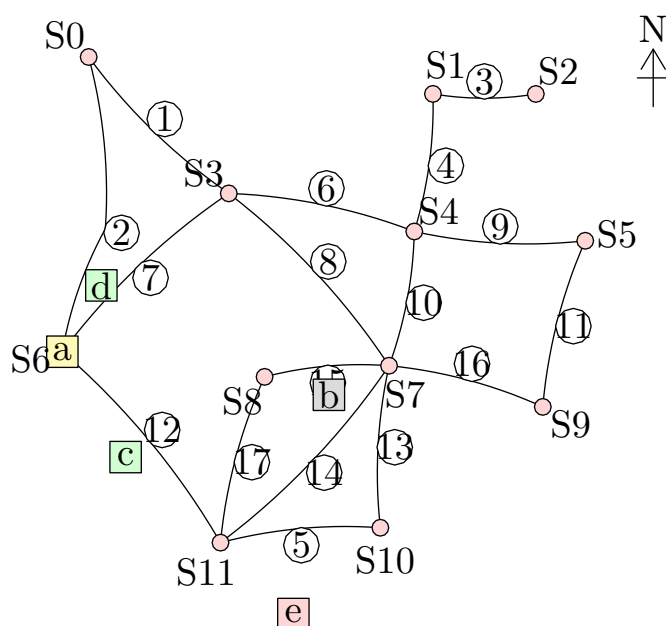


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Four	⑩ allée des Tilleuls	S0 Place du Vieux-Puits	a la poste
② rue du Puits	⑪ rue de l'Église	S1 Place de la Fontaine	b le cimetière
③ impasse des Roses	⑫ boulevard du Parc	S2 Place aux Herbes	c la bibliothèque
④ rue des Écoles	⑬ sentier des Prés	S3 Rond-point du Stade	d la gendarmerie
⑤ rue Pasteur	⑭ rue de la Mairie	S4 Carrefour de l'Hôpital	e le marché couvert
⑥ avenue de la Gare	⑮ allée des Peupliers	S5 Place du Marché	
⑦ quai aux Fleurs	⑯ rue du Moulin	S6 Rond-point de la Gare	
⑧ rue du Pont	⑰ rue Basse	S7 Carrefour de la Mairie	
⑨ rue des Jardins		S8 Placette des Ormes	
		S9 Place Sainte-Croix	
		S10 Fontaine Notre-Dame	
		S11 Carrefour des Quatre-Chemins	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

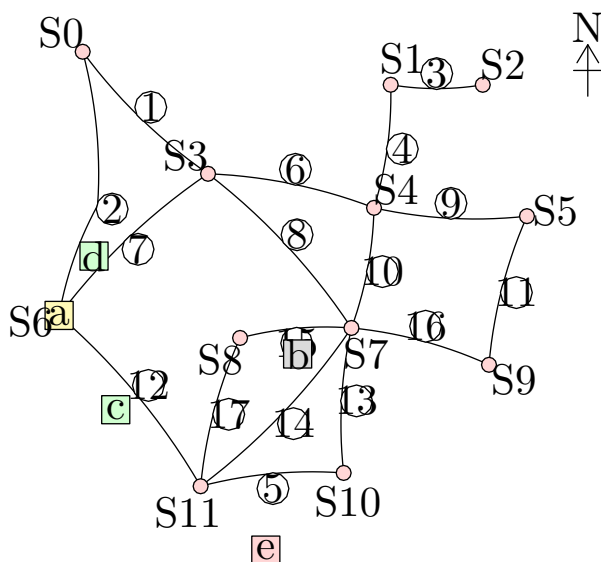
Problème — Fiche n°176



-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	2	2	1	4	4	2	3	6	2	2	2	4
Parité	pair	pair	impair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $34 = 2 \times 17$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S2, S6 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S6**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S2 et S6, et la poste est justement sur l'un des deux (S6). Il part donc de la poste et termine en S2, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°176



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point de la Gare (S6), prend la **rue du Puits** ② vers le nord et atteint Place du Vieux-Puits (S0).
2. Il prend dans la **rue du Four** ①, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (S3).
3. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ⑥, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S4).
4. Il continue tout droit dans la **rue des Jardins** ⑨, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (S5).
5. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑪, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (S9).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S7).
7. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (S3).
8. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S6).
9. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S11).
10. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑤, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S10).
11. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑬, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S7).
12. Il prend dans la **rue de la Mairie** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S11).
13. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑰, vers le nord, jusqu'à Placette des Ormes (S8).
14. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑮, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S7).
15. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑩, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S4).
16. Il continue tout droit dans la **rue des Écoles** ④, vers le nord, jusqu'à Place de la Fontaine (S1).
17. Il tourne à droite dans l'**impasse des Roses** ③, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (S2).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S2 ou en S6 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.