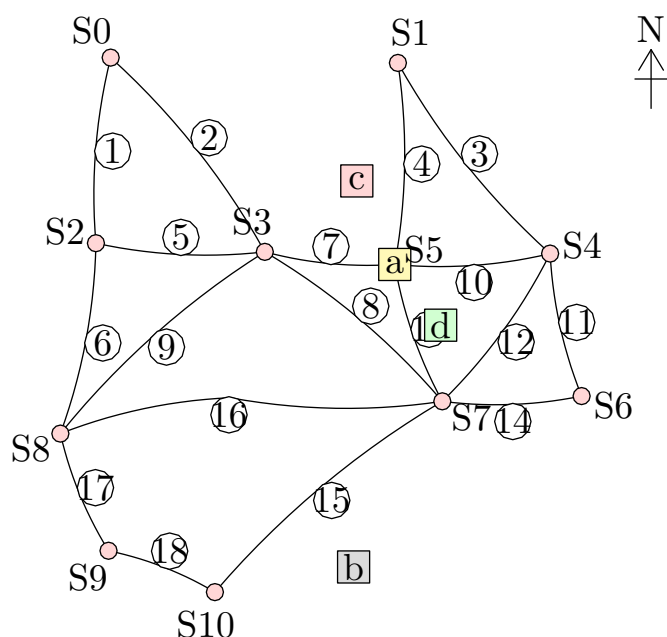


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Verte	⑩ rue du Four	S0 Place du Vieux-Puits	a la poste
② chemin des Vignes	⑪ rue du Pont	S1 Place de l'Église	b le stade
③ rue Haute	⑫ rue Pasteur	S2 Rond-point de la Gare	c le lavoir
④ passage du Marché	⑬ quai aux Fleurs	S3 Carrefour des Quatre-Chemins	d la bibliothèque
⑤ rue de l'Église	⑭ chemin du Lavoir	S4 Rond-point des Vaches	
⑥ avenue de la Gare	⑮ rue des Jardins	S5 Rond-point du Stade	
⑦ allée des Peupliers	⑯ rue du Moulin	S6 Place Sainte-Croix	
⑧ allée des Tilleuls	⑰ rue des Écoles	S7 Carrefour du Moulin	
⑨ rue Neuve	⑱ rue des Lilas	S8 Carrefour des Tilleuls	
		S9 Placette des Ormes	
		S10 Place aux Herbes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

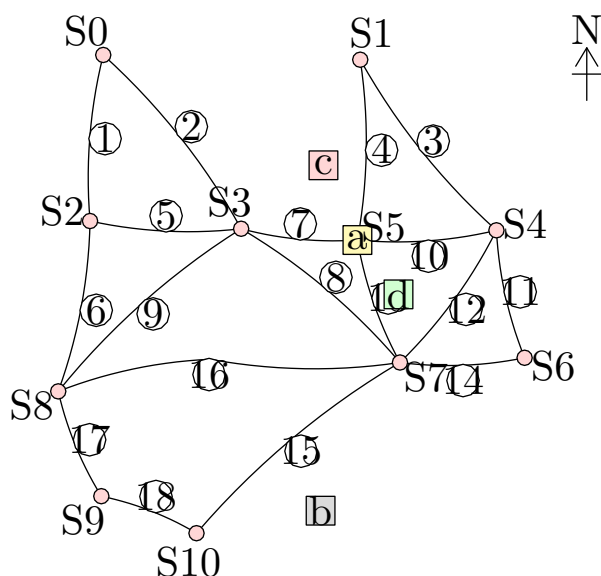
Problème — Fiche n°177



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	2	2	3	5	4	4	2	6	4	2	2
Parité	pair	pair	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $36 = 2 \times 18$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S2, S3 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S5**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S2 et S3 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S5**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S2 à S3. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



Ce parcours, en partant de S2 :

1. Il part de Rond-point de la Gare (**S2**), prend la **rue Verte** ① vers le nord et atteint Place du Vieux-Puits (**S0**).
2. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ②, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S3**).
3. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S2**).
4. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑥, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S8**).
5. Il prend dans la **rue Neuve** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S3**).
6. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑦, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S5**).
7. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ④, vers le nord, jusqu'à Place de l'Église (**S1**).
8. Il prend dans la **rue Haute** ③, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S4**).
9. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**S5**).
10. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑬, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S7**).
11. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S4**).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑪, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S6**).
13. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S7**).
14. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**S10**).
15. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Placette des Ormes (**S9**).
16. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑱, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S8**).
17. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑯, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S7**).
18. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S3**).