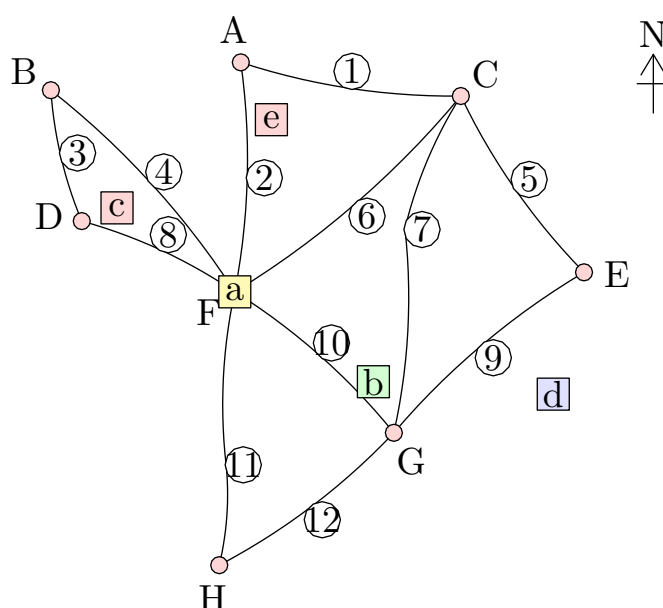




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① sentier des Prés	⑦ rue Basse	Ⓐ Place des Tanneurs	a la poste
② rue Verte	⑧ chemin de Ronde	Ⓑ Place du Vieux-Puits	b la mairie
③ rue du Pont	⑨ quai aux Fleurs	Ⓒ Rond-point de la Gare	c le marché couvert
④ rue Pasteur	⑩ chemin des Vignes	Ⓓ Place aux Herbes	d l'école
⑤ chemin du Lavoir	⑪ rue de la Mairie	Ⓔ Placette des Ormes	e la boulangerie
⑥ allée des Tilleuls	⑫ rue de l'Église	Ⓕ Rond-point des Vaches	
		Ⓖ Rond-point du Stade	
		Ⓗ Fontaine Notre-Dame	

Légende du plan

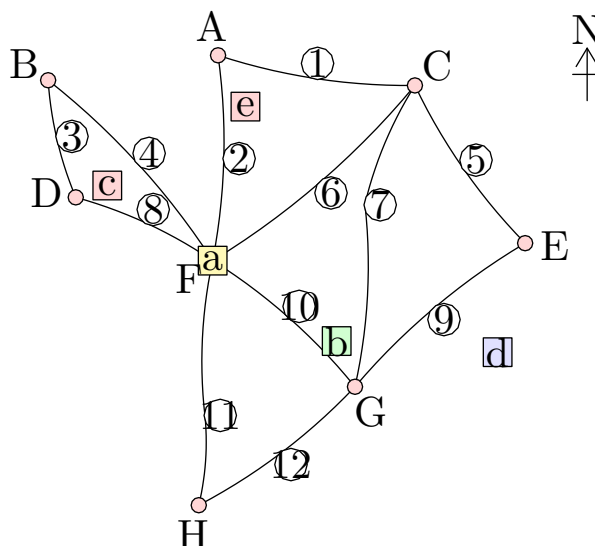
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	2	2	4	2	2	6	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°180



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point des Vaches (**F**), prend la **rue Verte** ② vers le nord et atteint Place des Tanneurs (**A**).
2. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ①, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**C**).
3. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes (**E**).
4. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**G**).
5. Il prend dans la **rue Basse** ⑦, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (**C**).
6. Il prend dans l'**allée des Tilleuls** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).
7. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**B**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ③, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (**D**).
9. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).
10. Il continue tout droit dans le **chemin des Vignes** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**G**).
11. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**H**).
12. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑪, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.