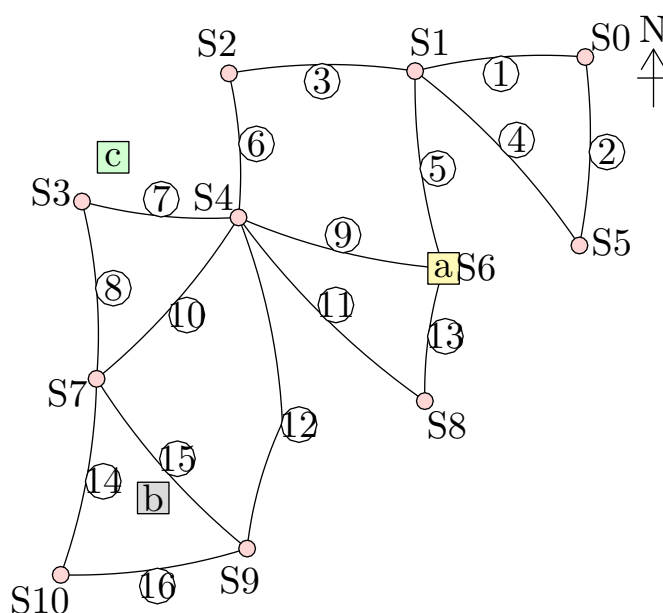




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Four	⑨ chemin des Vignes	S0 Placette des Ormes	a la poste
② rue du Moulin	⑩ rue de l'Église	S1 Rond-point du Pont	b le cimetière
③ allée des Peupliers	⑪ rue Basse	S2 Place du Marché	c la bibliothèque
④ rue du Stade	⑫ avenue de la Gare	S3 Place des Tanneurs	
⑤ venelle du Chat	⑬ rue du Puits	S4 Rond-point de la Poste	
⑥ rue de la Poste	⑭ boulevard du Parc	S5 Place de la Fontaine	
⑦ chemin du Lavoir	⑮ rue Haute	S6 Carrefour des Tilleuls	
⑧ rue des Jardins	⑯ rue Pasteur	S7 Carrefour de l'Hôpital	
		S8 Place du Vieux-Puits	
		S9 Carrefour du Moulin	
		S10 Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°181

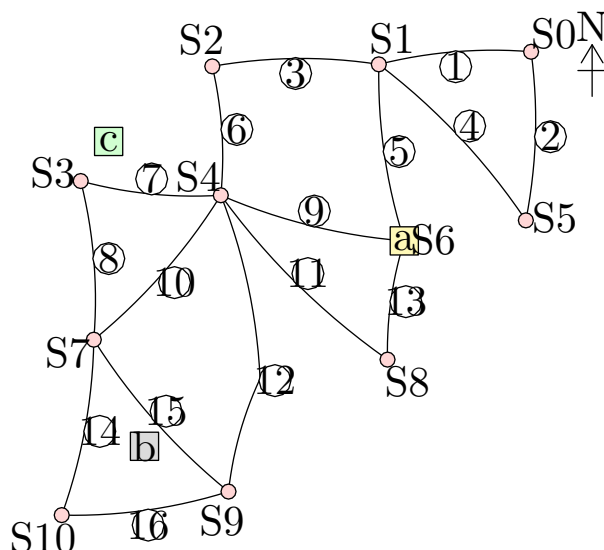


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	2	4	2	2	6	2	3	4	2	3	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S6, S9 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S6**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S6 et S9, et la poste est justement sur l'un des deux (S6). Il part donc de la poste et termine en S9, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°181



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour des Tilleuls (**S6**), prend la **venelle du Chat** ⑤ vers le nord et atteint Rond-point du Pont (**S1**).
2. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ①, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes (**S0**).
3. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ②, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (**S5**).
4. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**S1**).
5. Il continue tout droit dans l'**allée des Peupliers** ③, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché (**S2**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑥, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S4**).
7. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (**S3**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑧, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S7**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S4**).
10. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S6**).
11. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑬, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S8**).
12. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S4**).
13. Il prend dans l'**avenue de la Gare** ⑫, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S9**).
14. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑮, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S7**).
15. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑭, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**S10**).
16. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑯, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S9**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S6 ou en S9 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.