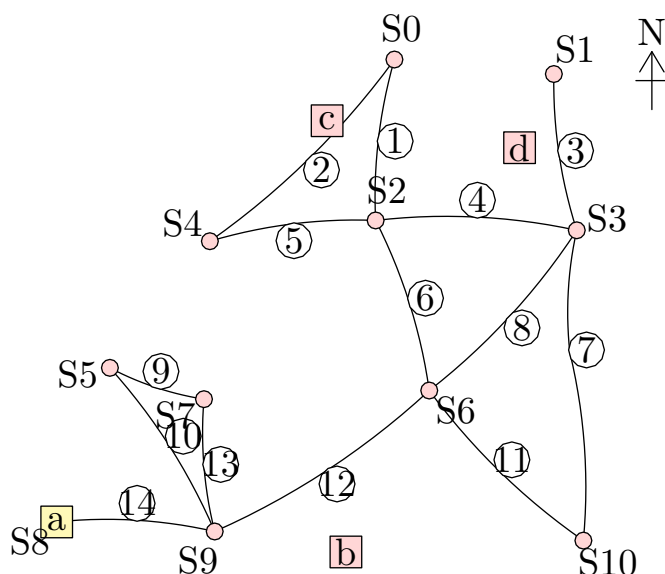




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① passage du Marché	⑧ rue du Four	S0 Placette des Ormes	a la poste
② rue du Pont	⑨ rue Haute	S1 Fontaine Notre-Dame	b le lavoir
③ impasse des Roses	⑩ rue du Stade	S2 Carrefour du Moulin	c la pharmacie
④ avenue de la Gare	⑪ rue Basse	S3 Rond-point des Vaches	d le marché couvert
⑤ rue Pasteur	⑫ rue Neuve	S4 Place du Marché	
⑥ rue de la Mairie	⑬ rue du Puits	S5 Place Sainte-Croix	
⑦ rue du Moulin	⑭ impasse du Puits	S6 Rond-point du Stade	
		S7 Coin du Lavoir	
		S8 Place de la Fontaine	
		S9 Rond-point du Pont	
		S10 Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°182

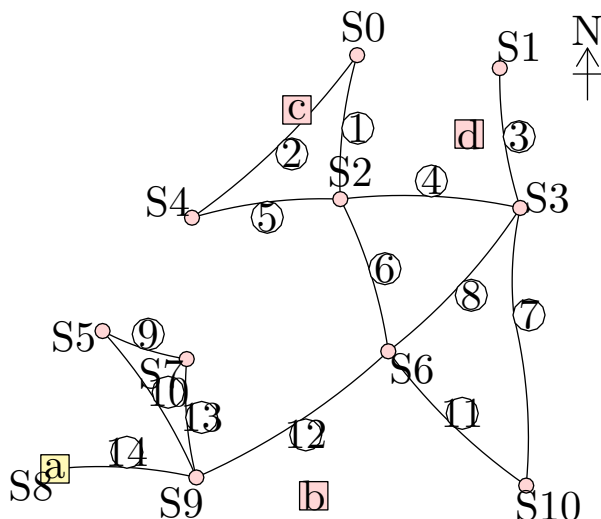


-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	2	1	4	4	2	2	4	2	1	4	2
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $28 = 2 \times 14$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S1, S8 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S8**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S1 et S8, et la poste est justement sur l'un des deux (S8). Il part donc de la poste et termine en S1, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°182



Voici une tournée possible :

1. Il part de Place de la Fontaine (**S8**), prend l'**impasse du Puits** ⑭ vers l'est et atteint Rond-point du Pont (**S9**).
 2. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S5**).
 3. Il prend dans la **rue Haute** ⑨, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir (**S7**).
 4. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑬, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (**S9**).
 5. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S6**).
 6. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑥, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S2**).
 7. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ①, vers le nord, jusqu'à Placette des Ormes (**S0**).
 8. Il prend dans la **rue du Pont** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Marché (**S4**).
 9. Il prend dans la **rue Pasteur** ⑤, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S2**).
 10. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ④, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S3**).
 11. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**S10**).
 12. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**S6**).
 13. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S3**).
 14. Il tourne à gauche dans l'**impasse des Roses** ③, vers le nord, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S1**).
- 4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S1 ou en S8 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.