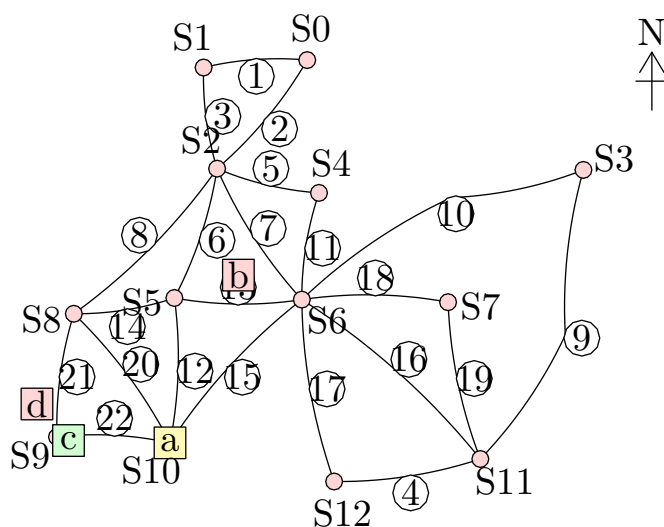


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① venelle du Chat	⑫ rue de la Poste	S0 Place de la Fontaine	a la poste
② sentier des Prés	⑬ allée des Tilleuls	S1 Place du Marché	b le lavoir
③ rue des Lilas	⑭ rue du Stade	S2 Rond-point du Stade	c la salle des fêtes
④ chemin de Ronde	⑮ rue Neuve	S3 Place Sainte-Croix	d la pharmacie
⑤ chemin Creux	⑯ passage du Marché	S4 Place de l'Église	
⑥ rue du Four	⑰ chemin du Lavoir	S5 Carrefour des Tilleuls	
⑦ rue des Jardins	⑱ rue Basse	S6 Rond-point du Pont	
⑧ chemin des Vignes	⑲ boulevard du Parc	S7 Fontaine Notre-Dame	
⑨ rue du Moulin	⑳ rue Pasteur	S8 Carrefour Saint-Roch	
⑩ rue de la Mairie	21 rue Verte	S9 Place des Tanneurs	
⑪ rue du Pont	22 rue Haute	S10 Rond-point de la Poste	
		S11 Carrefour des Quatre-Chemins	
		S12 Place du Vieux-Puits	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°185

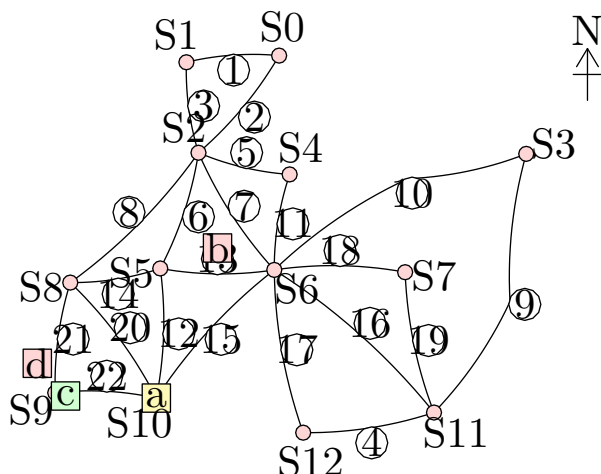


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
Nombre de rues	2	2	6	2	2	4	8	2	4	2	4	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $44 = 2 \times 22$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S10**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point de la Poste (S10), prend la **rue de la Poste** ⑫ vers le nord et atteint Carrefour des Tilleuls (S5).
2. Il continue tout droit dans la **rue du Four** ⑥, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (S2).
3. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ②, vers le nord-est, jusqu'à Place de la Fontaine (S0).
4. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché (S1).
5. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ③, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (S2).
6. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (S4).
7. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑪, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (S6).
8. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (S2).
9. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S8).
10. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑭, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S5).
11. Il continue tout droit dans l'**allée des Tilleuls** ⑬, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (S6).
12. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Place Sainte-Croix (S3).
13. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S11).
14. Il continue tout droit dans le **chemin de Ronde** ④, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S12).
15. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑰, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (S6).
16. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑯, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S11).
17. Il prend dans le **boulevard du Parc** ⑱, vers le nord, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S7).
18. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑱, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S6).
19. Il continue tout droit dans la **rue Neuve** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S10).
20. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑳, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S8).
21. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** 21, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (S9).
22. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** 22, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S10).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.