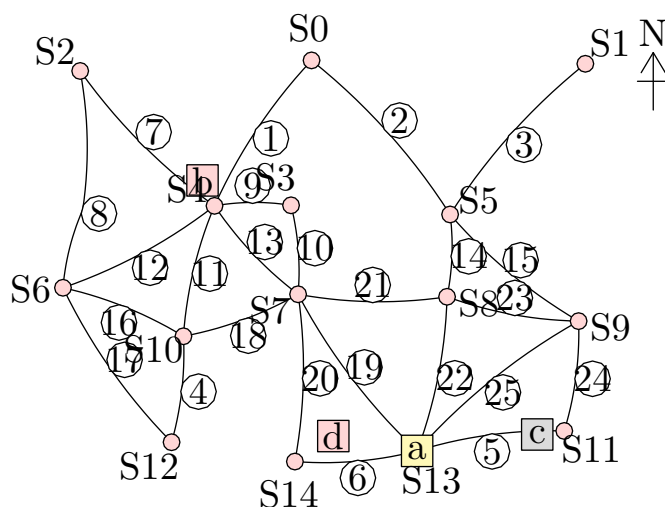


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Pont	⑭ rue de la Poste	S0 Placette des Ormes	a la poste
② rue des Lilas	⑮ rue du Puits	S1 Place du Marché	b la pharmacie
③ impasse Sainte-Anne	⑯ chemin Creux	S2 Fontaine Notre-Dame	c l'église
④ avenue de la Gare	⑰ rue Basse	S3 Place de la Fontaine	d le marché couvert
⑤ rue de l'Église	⑱ allée des Peupliers	S4 Carrefour de l'Hôpital	
⑥ quai aux Fleurs	⑲ rue des Écoles	S5 Carrefour des Tilleuls	
⑦ rue Neuve	⑳ allée des Tilleuls	S6 Rond-point de la Poste	
⑧ sentier des Prés	21 passage du Marché	S7 Rond-point de la Gare	
⑨ rue du Moulin	22 venelle du Chat	S8 Carrefour du Lavoir	
⑩ rue Pasteur	23 rue du Four	S9 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑪ boulevard du Parc	24 rue Haute	S10 Carrefour de la Mairie	
⑫ chemin de Ronde	25 rue Verte	S11 Place du Vieux-Puits	
⑬ rue de la Mairie		S12 Place Sainte-Croix	
		S13 Carrefour du Moulin	
		S14 Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

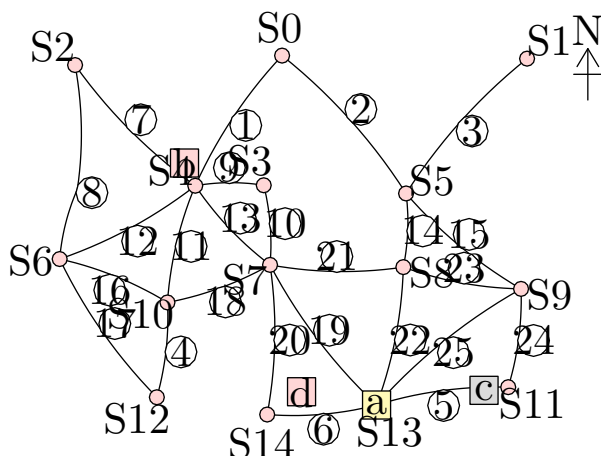
Problème — Fiche n°186



-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	2	1	2	2	6	4	4	6	4	4	4	2	2	5
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $50 = 2 \times 25$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S1, S13 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S13**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S1 et S13, et la poste est justement sur l'un des deux (S13). Il part donc de la poste et termine en S1, l'autre carrefour impair.



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour du Moulin (S13), prend la **rue de l'Église** ⑤ vers l'est et atteint Place du Vieux-Puits (S11).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** 24, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S9).
3. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑮, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S5).
4. Il continue tout droit dans la **rue des Lilas** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (S0).
5. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ①, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S4).
6. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S2).
7. Il prend dans le **sentier des Prés** ⑧, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (S6).
8. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S4).
9. Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ⑨, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (S3).
10. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑩, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (S7).
11. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S4).
12. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑪, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S10).
13. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ④, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (S12).
14. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑰, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S6).
15. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑯, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S10).
16. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑱, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S7).
17. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑲, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S13).
18. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Place de l'Église (S14).
19. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑳, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (S7).
20. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** 21, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S8).
21. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** 22, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (S13).
22. Il prend dans la **rue Verte** 25, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S9).
23. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** 23, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S8).
24. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑭, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S5).
25. Il tourne à droite dans l'**impasse Sainte-Anne** ③, vers le nord-est, jusqu'à Place du Marché (S1).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S1 ou en S13 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.