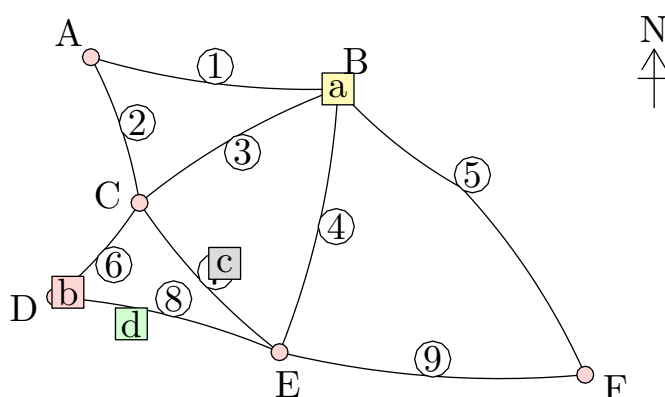




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Pasteur	⑥ rue des Jardins	Ⓐ Coin du Lavoir	a la poste
② rue des Lilas	⑦ venelle du Chat	Ⓑ Rond-point du Stade	b le marché couvert
③ chemin de Ronde	⑧ passage du Marché	Ⓒ Carrefour de la Mairie	c l'église
④ chemin Creux	⑨ sentier des Prés	Ⓓ Place du Vieux-Puits	d la gendarmerie
⑤ chemin des Vignes		Ⓔ Rond-point de la Poste	
		Ⓕ Place de l'Église	

Légende du plan

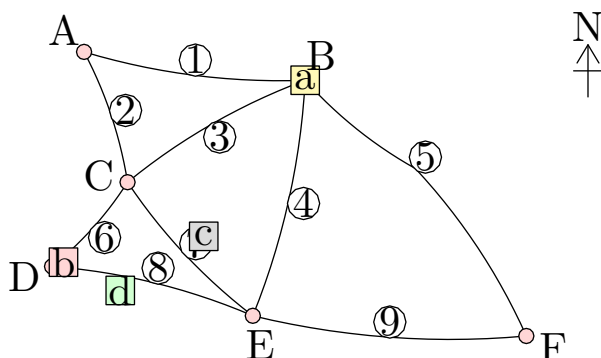
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F
Nombre de rues	2	4	4	2	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $18 = 2 \times 9$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°190



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Stade **(B)**, prend la **rue Pasteur** ① vers l'ouest et atteint Coin du Lavoir **(A)**.
2. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(C)**.
3. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ③, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade **(B)**.
4. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ④, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste **(E)**.
5. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(C)**.
6. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(D)**.
7. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑧, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste **(E)**.
8. Il continue tout droit dans le **sentier des Prés** ⑨, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église **(F)**.
9. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade **(B)**.

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.