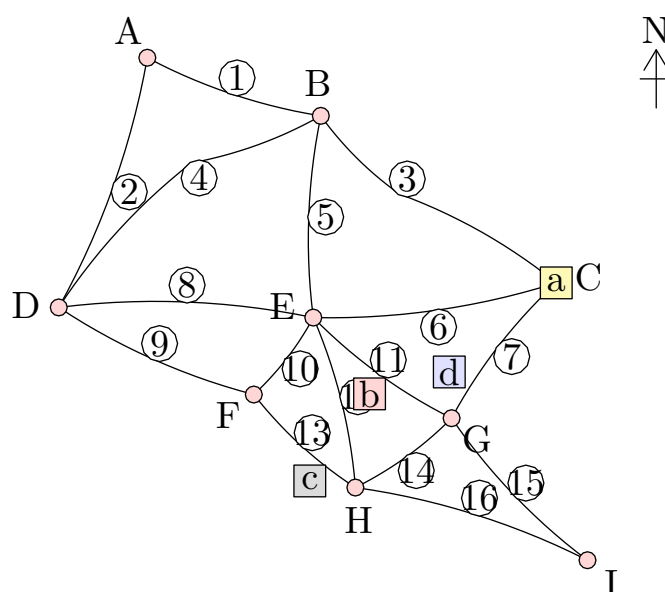




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin Creux	⑨ rue Neuve	Ⓐ Fontaine Notre-Dame	a la poste
② rue du Moulin	⑩ rue Verte	Ⓑ Carrefour du Lavoir	b la boulangerie
③ chemin de Ronde	⑪ chemin du Lavoir	Ⓒ Carrefour du Moulin	c le cimetière
④ rue du Puits	⑫ rue Basse	Ⓓ Rond-point de la Poste	d l'école
⑤ rue du Stade	⑬ allée des Tilleuls	Ⓔ Carrefour Saint-Roch	
⑥ rue des Lilas	⑭ sentier des Prés	Ⓕ Rond-point de la Gare	
⑦ venelle du Chat	⑮ rue de la Mairie	Ⓖ Carrefour de la Mairie	
⑧ rue de l'Église	⑯ rue de la Poste	Ⓗ Carrefour de l'Hôpital	
		Ⓘ Place aux Herbes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. Le **facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste** ? Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.



La tournée du facteur

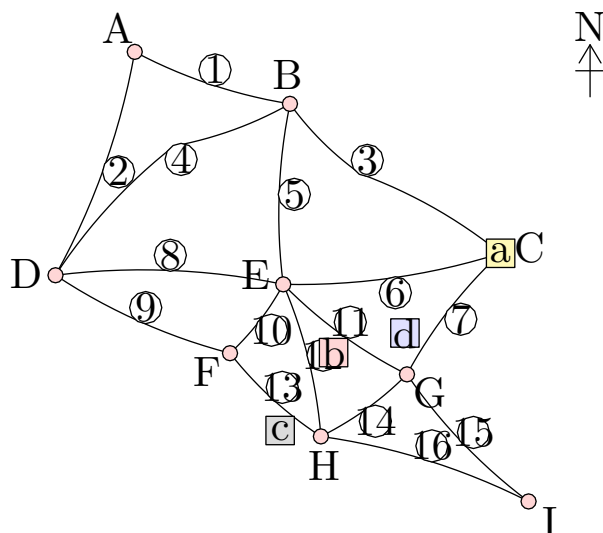
Problème — Fiche n°196



-
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	4	3	4	6	3	4	4	2
Parité	pair	pair	impair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : C, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en C, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, C et F, et la poste est justement sur l'un des deux (C). Il part donc de la poste et termine en F, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°196



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour du Moulin (C), prend le **chemin de Ronde** ③ vers le nord-ouest et atteint Carrefour du Lavoir (B).
2. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ①, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (A).
3. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (D).
4. Il prend dans la **rue du Puits** ④, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (B).
5. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑤, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (E).
6. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑥, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (C).
7. Il prend dans la **venelle du Chat** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (G).
8. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (E).
9. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (D).
10. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑨, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (F).
11. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (E).
12. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑫, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (H).
13. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑭, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (G).
14. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑮, vers le sud-est, jusqu'à Place aux Herbes (I).
15. Il prend dans la **rue de la Poste** ⑯, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (H).
16. Il continue tout droit dans l'**allée des Tilleuls** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (F).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en C ou en F : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.