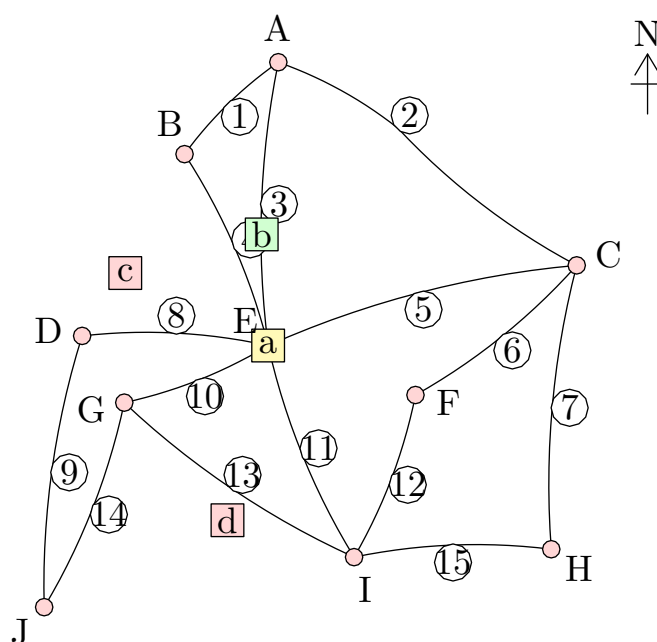


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① quai aux Fleurs	⑨ rue de la Poste	Ⓐ Carrefour des Quatre-Chemins	a la poste
② rue Verte	⑩ rue Pasteur	Ⓑ Place des Tanneurs	b la mairie
③ rue des Écoles	⑪ rue du Four	Ⓒ Rond-point des Vaches	c la boulangerie
④ chemin de Ronde	⑫ rue Haute	Ⓓ Place de la Fontaine	d la pharmacie
⑤ avenue de la Gare	⑬ passage du Marché	Ⓔ Rond-point du Pont	
⑥ chemin Creux	⑭ chemin du Lavoir	Ⓕ Coin du Lavoir	
⑦ rue du Pont	⑮ rue de l'Église	Ⓖ Rond-point de la Gare	
⑧ allée des Peupliers		Ⓗ Fontaine Notre-Dame	
		Ⓘ Carrefour du Lavoir	
		Ⓙ Place du Marché	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

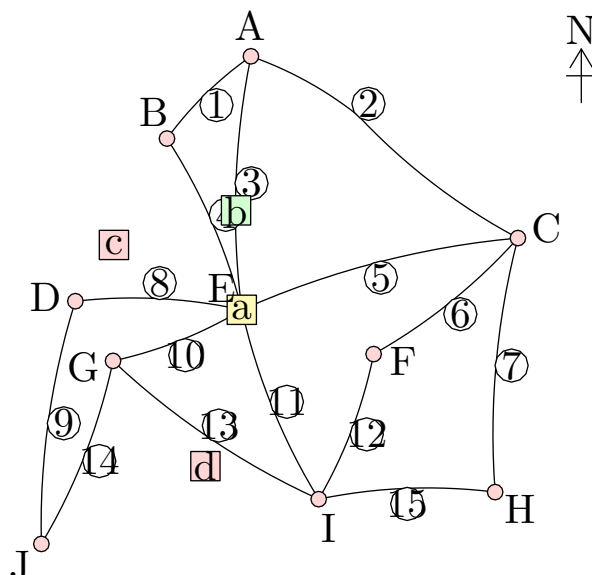
Problème — Fiche n°197



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	3	2	4	2	6	2	3	2	4	2
Parité	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **E**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, A et G : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **E**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de A à G. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°197



Ce parcours, en partant de A :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins **(A)**, prend le **quai aux Fleurs** ① vers le sud-ouest et atteint Place des Tanneurs **(B)**.
2. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ④, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Pont **(E)**.
3. Il prend dans la **rue des Écoles** ③, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(A)**.
4. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ②, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches **(C)**.
5. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(E)**.
6. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Place de la Fontaine **(D)**.
7. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑨, vers le sud, jusqu'à Place du Marché **(J)**.
8. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑭, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare **(G)**.
9. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑩, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont **(E)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑪, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(I)**.
11. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑫, vers le nord, jusqu'à Coin du Lavoir **(F)**.
12. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches **(C)**.
13. Il prend dans la **rue du Pont** ⑦, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame **(H)**.
14. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(I)**.
15. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare **(G)**.