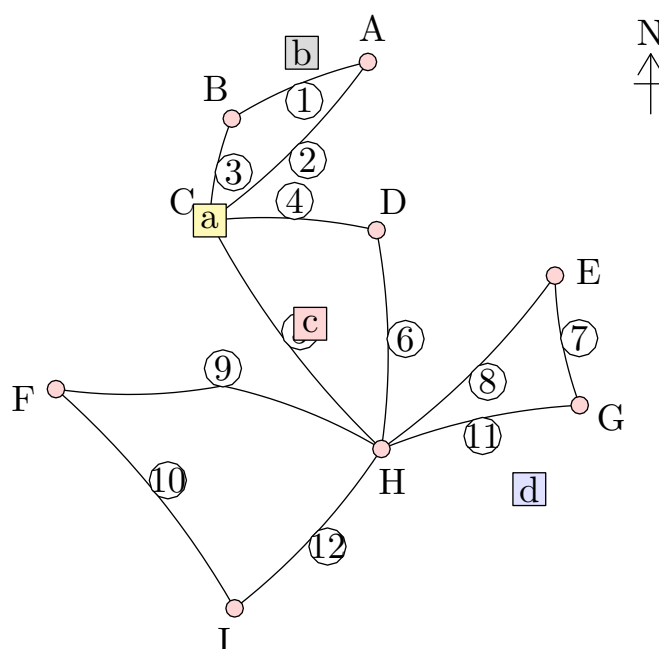




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

## La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

| Les rues             |                   | Les carrefours         | Les bâtiments           |
|----------------------|-------------------|------------------------|-------------------------|
| ① rue de l'Église    | ⑦ rue Haute       | Ⓐ Place des Tanneurs   | <b>a</b> la poste       |
| ② rue du Moulin      | ⑧ rue Basse       | Ⓑ Coin du Lavoir       | <b>b</b> l'église       |
| ③ rue des Lilas      | ⑨ rue de la Poste | Ⓒ Rond-point du Stade  | <b>c</b> la boulangerie |
| ④ rue du Pont        | ⑩ rue du Four     | Ⓓ Place du Vieux-Puits | <b>d</b> l'école        |
| ⑤ allée des Tilleuls | ⑪ rue Pasteur     | Ⓔ Fontaine Notre-Dame  |                         |
| ⑥ chemin de Ronde    | ⑫ venelle du Chat | Ⓕ Place aux Herbes     |                         |
|                      |                   | Ⓖ Place de la Fontaine |                         |
|                      |                   | Ⓗ Carrefour du Moulin  |                         |
|                      |                   | Ⓘ Placette des Ormes   |                         |

### Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



## La tournée du facteur

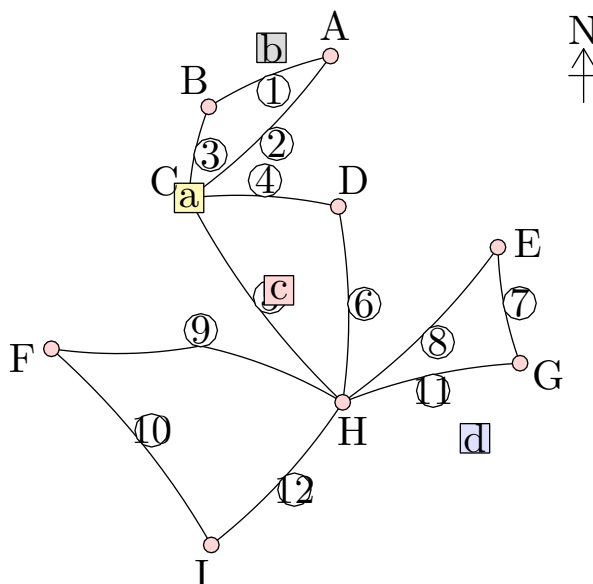
Problème — Fiche n°20



- 
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
  4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

## Correction

### La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

| Carrefour      | A    | B    | C    | D    | E    | F    | G    | H    | I    |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Nombre de rues | 2    | 2    | 4    | 2    | 2    | 2    | 2    | 6    | 2    |
| Parité         | pair | pair | pair | pair | pair | pair | pair | pair | pair |

Vérification : la somme de ces nombres vaut  $24 = 2 \times 12$ , car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

**Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.**

2.

**Le raisonnement clé.** Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

**Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».**

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **C**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

**Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.**



## La tournée du facteur

Problème — Fiche n°20



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Stade (C), prend la **rue du Moulin** ② vers le nord-est et atteint Place des Tanneurs (A).
2. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ①, vers le sud-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (B).
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ③, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (C).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ④, vers l'est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (D).
5. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑥, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (H).
6. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (E).
7. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (G).
8. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (H).
9. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (F).
10. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes (I).
11. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (H).
12. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (C).

4.

**La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.**