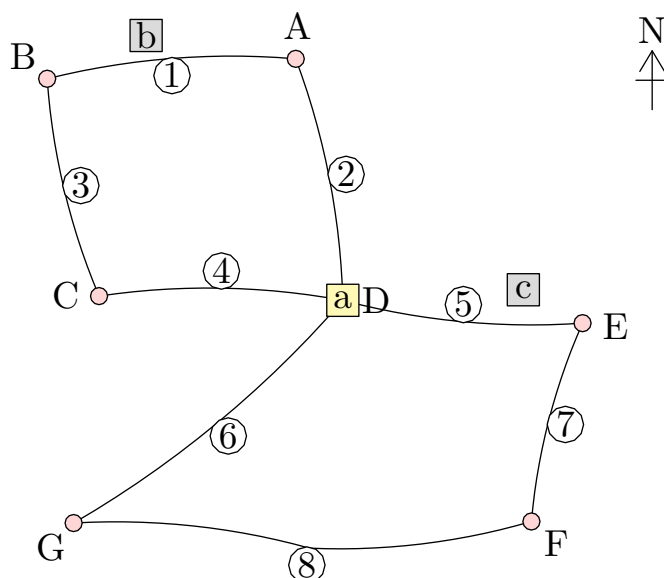




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① allée des Tilleuls	⑤ rue Verte	Ⓐ Place du Marché	a la poste
② rue Haute	⑥ avenue de la Gare	Ⓑ Fontaine Notre-Dame	b le gymnase
③ rue des Jardins	⑦ rue Neuve	Ⓒ Placette des Ormes	c l'église
④ rue du Moulin	⑧ passage du Marché	Ⓓ Carrefour de la Mairie	
		Ⓔ Place des Tanneurs	
		Ⓕ Place de l'Église	
		Ⓖ Place du Vieux-Puits	

Légende du plan

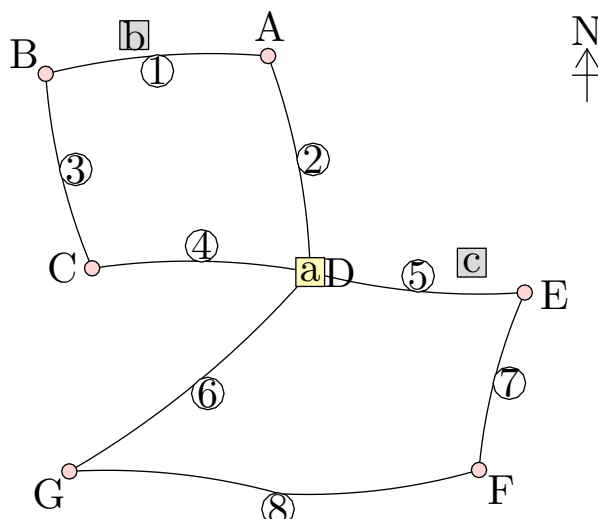
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G
Nombre de rues	2	2	2	4	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $16 = 2 \times 8$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **D**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°200



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour de la Mairie **(D)**, prend la **rue Haute** ② vers le nord et atteint Place du Marché **(A)**.
2. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ①, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame **(B)**.
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ③, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes **(C)**.
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ④, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(D)**.
5. Il continue tout droit dans la **rue Verte** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs **(E)**.
6. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église **(F)**.
7. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(G)**.
8. Il prend dans l'**avenue de la Gare** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(D)**.

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.