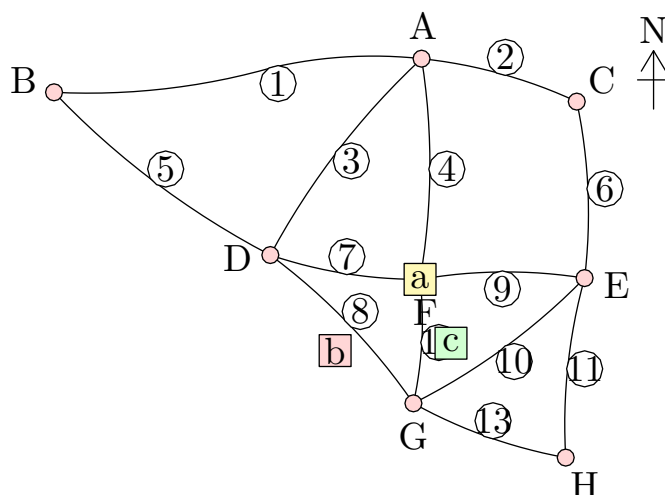


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Mairie	⑧ rue Haute	Ⓐ Carrefour Saint-Roch	a la poste
② rue de l'Église	⑨ quai aux Fleurs	Ⓑ Place Sainte-Croix	b la pharmacie
③ rue du Four	⑩ rue des Jardins	Ⓒ Place du Marché	c la gendarmerie
④ rue Pasteur	⑪ chemin des Vignes	Ⓓ Rond-point des Vaches	
⑤ venelle du Chat	⑫ rue de la Poste	Ⓔ Rond-point du Stade	
⑥ rue des Écoles	⑬ allée des Tilleuls	Ⓕ Carrefour du Lavoir	
⑦ rue du Moulin		Ⓖ Carrefour du Moulin	
		Ⓗ Place aux Herbes	

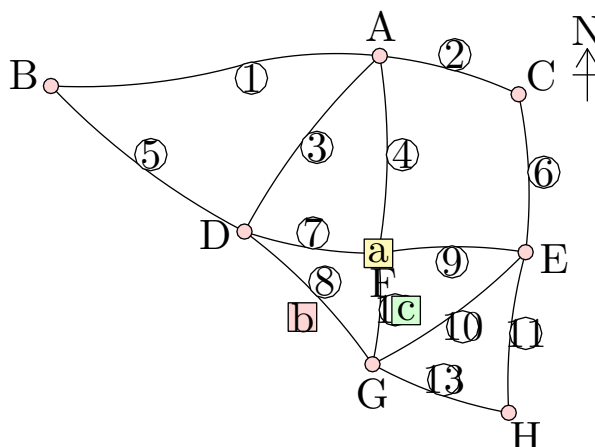
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ? Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	4	2	2	4	4	4	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°205



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (**F**), prend la **rue Pasteur** ④ vers le nord et atteint Carrefour Saint-Roch (**A**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**B**).
3. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**D**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ③, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**A**).
5. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ②, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (**C**).
6. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑥, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (**E**).
7. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**F**).
8. Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**D**).
9. Il prend dans la **rue Haute** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**G**).
10. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**E**).
11. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑪, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (**H**).
12. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑬, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**G**).
13. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑫, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**F**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.