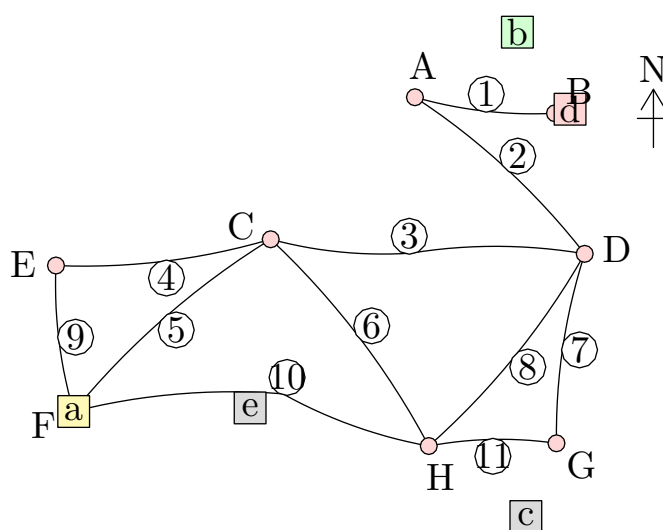




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

## La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

| Les rues                |                       | Les carrefours                 | Les bâtiments              |
|-------------------------|-----------------------|--------------------------------|----------------------------|
| ① impasse du Vieux-Four | ⑦ rue de l'Église     | Ⓐ Place de la Fontaine         | <b>a</b> la poste          |
| ② rue de la Mairie      | ⑧ rue des Jardins     | Ⓑ Placette des Ormes           | <b>b</b> la mairie         |
| ③ rue Verte             | ⑨ quai aux Fleurs     | Ⓒ Rond-point du Stade          | <b>c</b> l'église          |
| ④ rue du Puits          | ⑩ chemin de Ronde     | Ⓓ Rond-point de la Poste       | <b>d</b> le marché couvert |
| ⑤ rue Basse             | ⑪ allée des Peupliers | Ⓔ Place du Vieux-Puits         | <b>e</b> le cimetière      |
| ⑥ chemin du Lavoir      |                       | Ⓕ Carrefour des Quatre-Chemins |                            |
|                         |                       | Ⓖ Fontaine Notre-Dame          |                            |
|                         |                       | Ⓗ Carrefour Saint-Roch         |                            |

### Légende du plan

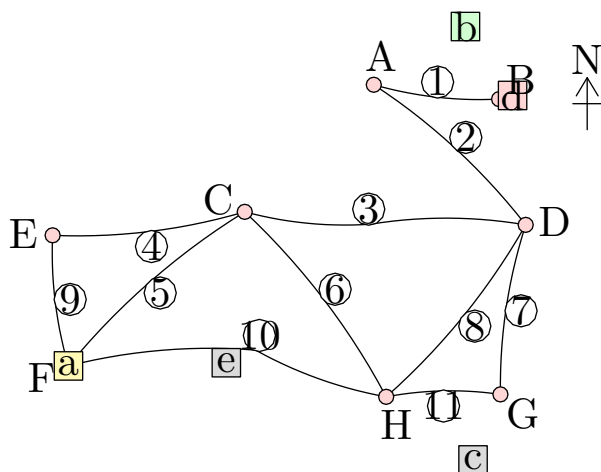
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



## Correction

### La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

| Carrefour      | A    | B             | C    | D    | E    | F             | G    | H    |
|----------------|------|---------------|------|------|------|---------------|------|------|
| Nombre de rues | 2    | 1             | 4    | 4    | 2    | 3             | 2    | 4    |
| Parité         | pair | <b>impair</b> | pair | pair | pair | <b>impair</b> | pair | pair |

Vérification : la somme de ces nombres vaut  $22 = 2 \times 11$ , car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

**Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, F — il y en a 2.**

2.

**Le raisonnement clé.** Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

**Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».**

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

**Oui.** Deux carrefours sont impairs, B et F, et la poste est justement sur l'un des deux (F). Il part donc de la poste et termine en B, l'autre carrefour impair.



## La tournée du facteur

Problème — Fiche n°206



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins (**F**), prend la **rue Basse** ⑤ vers le nord-est et atteint Rond-point du Stade (**C**).
2. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ③, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**D**).
3. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑦, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**G**).
4. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**H**).
5. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑥, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**C**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ④, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**E**).
7. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**F**).
8. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑩, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**H**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**D**).
10. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (**A**).
11. Il prend dans l'**impasse du Vieux-Four** ①, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes (**B**).

4.

**C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en B ou en F : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.**

**À remarquer.** Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.