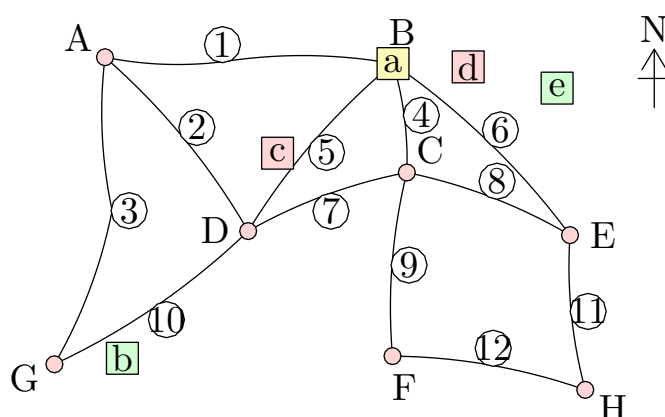


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Puits	⑦ venelle du Chat	Ⓐ Carrefour des Quatre-Chemins	a la poste
② rue Haute	⑧ allée des Peupliers	Ⓑ Carrefour du Moulin	b la bibliothèque
③ rue Neuve	⑨ rue de la Mairie	Ⓒ Rond-point des Vaches	c le marché couvert
④ rue des Écoles	⑩ avenue de la Gare	Ⓓ Carrefour de l'Hôpital	d la pharmacie
⑤ rue du Pont	⑪ quai aux Fleurs	Ⓔ Rond-point du Pont	e la gendarmerie
⑥ chemin de Ronde	⑫ chemin Creux	Ⓕ Place aux Herbes	
		Ⓖ Place du Vieux-Puits	
		Ⓗ Place de l'Église	

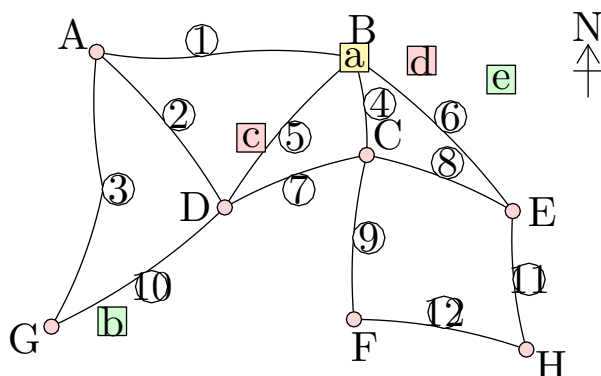
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	3	4	4	4	3	2	2	2
Parité	impair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, E — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, A et E : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **B**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de A à E. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°207



Ce parcours, en partant de A :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins **(A)**, prend la **rue du Puits** ① vers l'est et atteint Carrefour du Moulin **(B)**.
2. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ④, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches **(C)**.
3. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(D)**.
4. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(A)**.
5. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ③, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(G)**.
6. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(D)**.
7. Il continue tout droit dans la **rue du Pont** ⑤, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin **(B)**.
8. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Pont **(E)**.
9. Il prend dans l'**allée des Peupliers** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches **(C)**.
10. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑨, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes **(F)**.
11. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑫, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église **(H)**.
12. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑪, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont **(E)**.