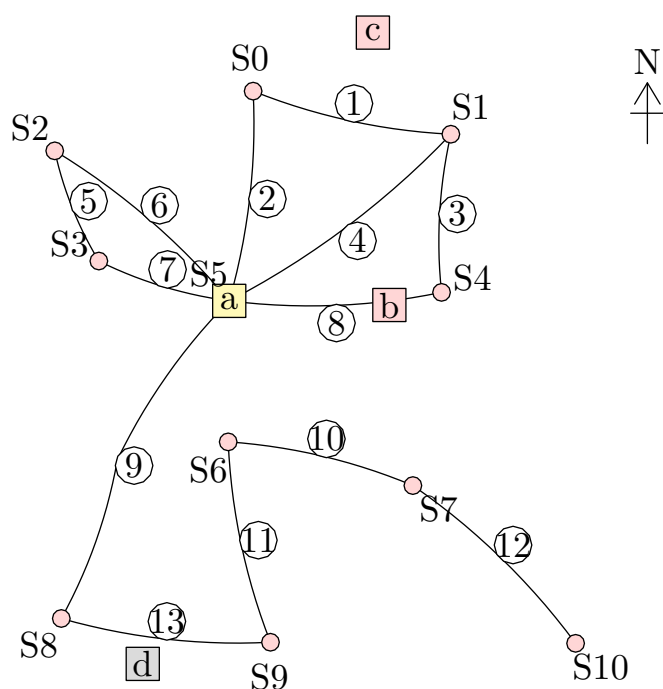


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin des Vignes	⑧ venelle du Chat	S0 Place du Marché	a la poste
② passage du Marché	⑨ chemin de Ronde	S1 Rond-point de la Poste	b la pharmacie
③ rue du Four	⑩ rue du Puits	S2 Place de la Fontaine	c le lavoir
④ rue de l'Église	⑪ quai aux Fleurs	S3 Place des Tanneurs	d l'église
⑤ rue Pasteur	⑫ impasse des Roses	S4 Placette des Ormes	
⑥ rue du Stade	⑬ rue Basse	S5 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑦ sentier des Prés		S6 Place du Vieux-Puits	
		S7 Coin du Lavoir	
		S8 Place aux Herbes	
		S9 Place Sainte-Croix	
		S10 Fontaine Notre-Dame	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°21

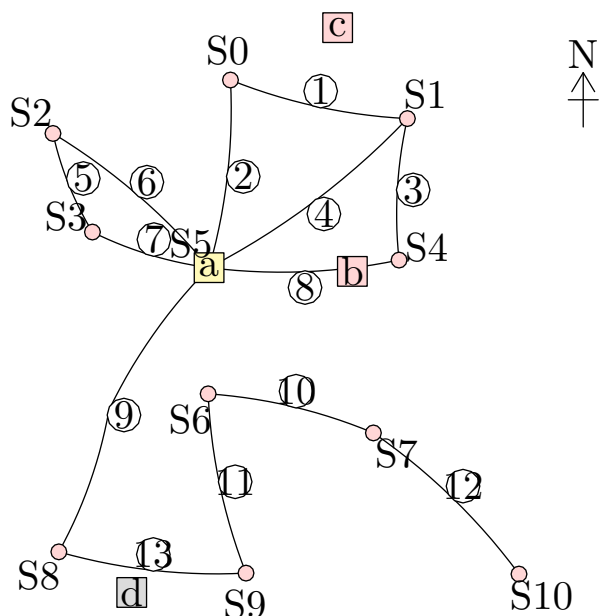


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	2	3	2	2	2	6	2	2	2	2	1
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S1, S10 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S5**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S1 et S10 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S5**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S1 à S10. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°21



Ce parcours, en partant de S1 :

1. Il part de Rond-point de la Poste (S1), prend le **chemin des Vignes** ① vers l'ouest et atteint Place du Marché (S0).
2. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S5).
3. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ④, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S1).
4. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ③, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (S4).
5. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S5).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑥, vers le nord-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (S2).
7. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑤, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (S3).
8. Il continue tout droit dans le **sentier des Prés** ⑦, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S5).
9. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Place aux Herbes (S8).
10. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑬, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (S9).
11. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑪, vers le nord, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S6).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑩, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir (S7).
13. Il continue tout droit dans l'**impasse des Roses** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S10).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.