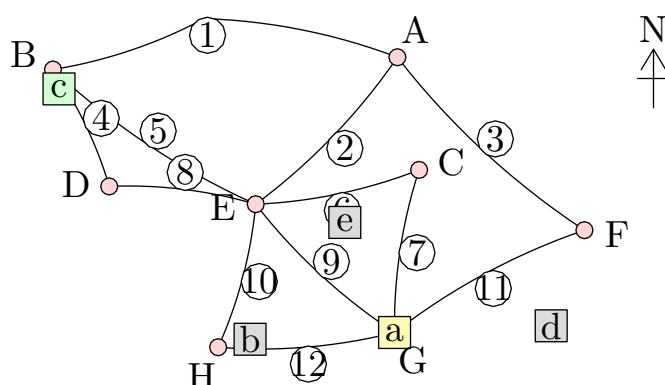




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin de Ronde	⑦ rue de la Poste	Ⓐ Carrefour de la Mairie	a la poste
② rue du Pont	⑧ avenue de la Gare	Ⓑ Rond-point de la Poste	b le stade
③ sentier des Prés	⑨ rue Basse	Ⓒ Place des Tanneurs	c la gendarmerie
④ rue Haute	⑩ rue du Puits	Ⓓ Place de la Fontaine	d le cimetière
⑤ boulevard du Parc	⑪ rue du Moulin	Ⓔ Carrefour du Lavoir	e l'église
⑥ rue de l'Église	⑫ rue Pasteur	Ⓕ Placette des Ormes	
		Ⓖ Rond-point du Stade	
		Ⓗ Place du Vieux-Puits	

Légende du plan

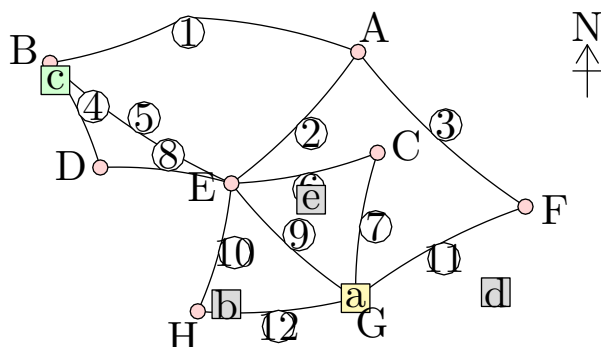
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	3	3	2	2	6	2	4	2
Parité	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, B — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **G**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, A et B : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **G**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de A à B. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°211



Ce parcours, en partant de A :

1. Il part de Carrefour de la Mairie (**A**), prend le **chemin de Ronde** ① vers l'ouest et atteint Rond-point de la Poste (**B**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ④, vers le sud-est, jusqu'à Place de la Fontaine (**D**).
3. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑧, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**E**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ②, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**A**).
5. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ③, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes (**F**).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**G**).
7. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑦, vers le nord, jusqu'à Place des Tanneurs (**C**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**E**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑨, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**G**).
10. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**H**).
11. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑩, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**E**).
12. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**B**).