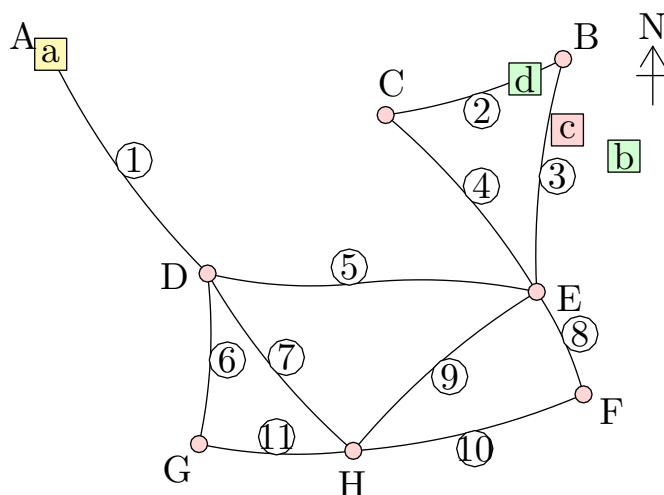


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① impasse des Cerisiers	⑦ allée des Peupliers	Ⓐ Place du Marché	a la poste
② rue du Four	⑧ venelle du Chat	Ⓑ Place du Vieux-Puits	b la gendarmerie
③ rue des Écoles	⑨ avenue de la Gare	Ⓒ Placette des Ormes	c le marché couvert
④ allée des Tilleuls	⑩ rue des Lilas	Ⓓ Carrefour Saint-Roch	d la bibliothèque
⑤ rue du Puits	⑪ rue de la Poste	Ⓔ Carrefour du Moulin	
⑥ rue Haute		Ⓕ Place aux Herbes	
		Ⓖ Coin du Lavoir	
		Ⓗ Rond-point de la Gare	

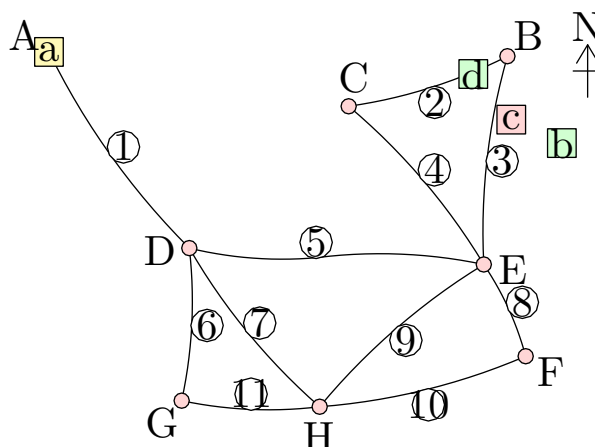
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	1	2	2	4	5	2	2	4
Parité	impair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $22 = 2 \times 11$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, E — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **A**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et E, et la poste est justement sur l'un des deux (A). Il part donc de la poste et termine en E, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°212



Voici une tournée possible :

1. Il part de Place du Marché **(A)**, prend l'**impasse des Cerisiers** ① vers le sud-est et atteint Carrefour Saint-Roch **(D)**.
2. Il continue tout droit dans la **rue du Puits** ⑤, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin **(E)**.
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ③, vers le nord, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(B)**.
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ②, vers l'ouest, jusqu'à Placette des Ormes **(C)**.
5. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ④, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Moulin **(E)**.
6. Il continue tout droit dans la **venelle du Chat** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Place aux Herbes **(F)**.
7. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare **(H)**.
8. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(D)**.
9. Il prend dans la **rue Haute** ⑥, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir **(G)**.
10. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑪, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare **(H)**.
11. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin **(E)**.

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en E : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.