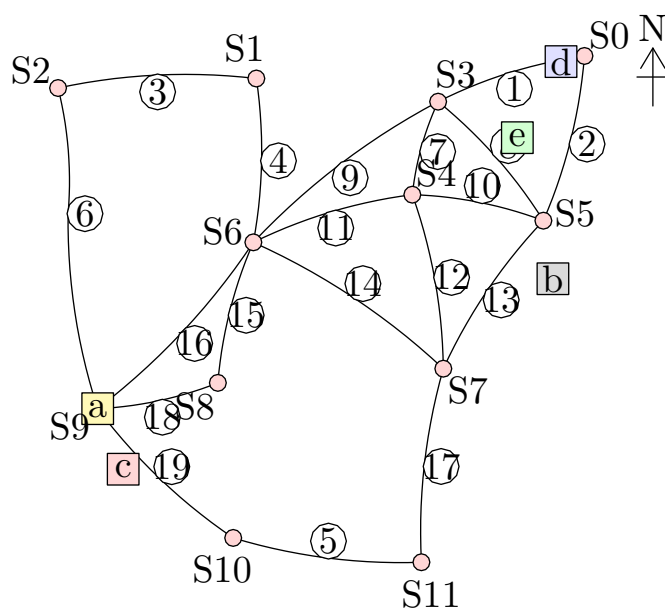




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Mairie	⑪ rue du Moulin	S0 Place du Marché	a la poste
② allée des Peupliers	⑫ rue de la Poste	S1 Place aux Herbes	b le cimetière
③ rue des Écoles	⑬ rue Neuve	S2 Place Sainte-Croix	c la pharmacie
④ boulevard du Parc	⑭ chemin Creux	S3 Rond-point des Vaches	d l'école
⑤ rue du Four	⑮ sentier des Prés	S4 Carrefour du Moulin	e la mairie
⑥ rue du Stade	⑯ rue Haute	S5 Rond-point du Stade	
⑦ rue des Lilas	⑰ chemin du Lavoir	S6 Carrefour du Lavoir	
⑧ rue de l'Église	⑱ venelle du Chat	S7 Rond-point de la Poste	
⑨ rue des Jardins	⑲ rue Verte	S8 Coin du Lavoir	
⑩ avenue de la Gare		S9 Carrefour de l'Hôpital	
		S10 Place des Tanneurs	
		S11 Placette des Ormes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

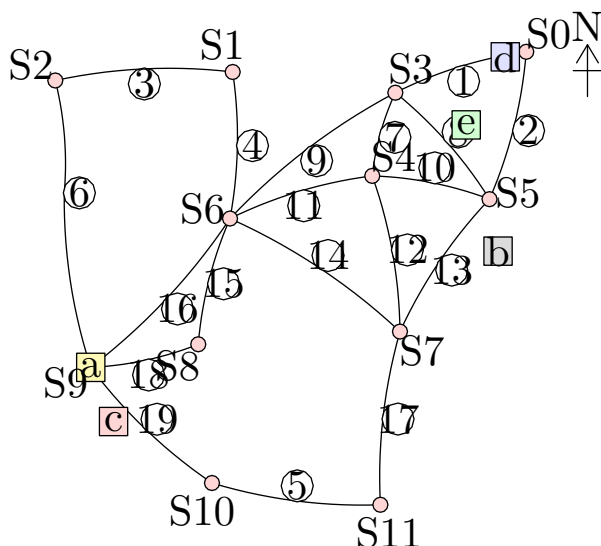
Problème — Fiche n°215



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	2	2	2	4	4	4	6	4	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $38 = 2 \times 19$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en S9, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°215



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (S9), prend la **rue du Stade** ⑥ vers le nord et atteint Place Sainte-Croix (S2).
2. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ③, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (S1).
3. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S6).
4. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S3).
5. Il continue tout droit dans la **rue de la Mairie** ①, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (S0).
6. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (S5).
7. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S3).
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑦, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (S4).
9. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑩, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (S5).
10. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑬, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S7).
11. Il prend dans la **rue de la Poste** ⑫, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (S4).
12. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S6).
13. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑭, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S7).
14. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑰, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (S11).
15. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (S10).
16. Il continue tout droit dans la **rue Verte** ⑱, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S9).
17. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑯, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S6).
18. Il prend dans le **sentier des Prés** ⑮, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (S8).
19. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑱, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S9).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.