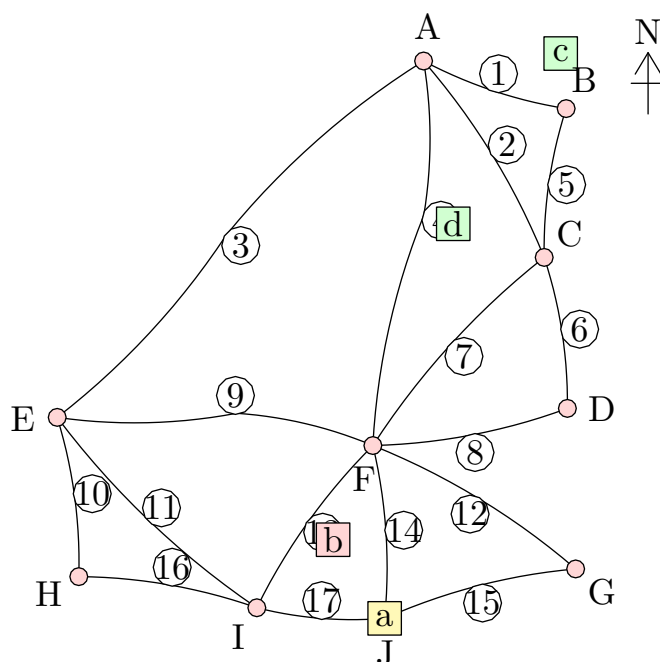


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Neuve	⑩ boulevard du Parc	Ⓐ Carrefour du Moulin	a la poste
② rue Verte	⑪ passage du Marché	Ⓑ Place aux Herbes	b la pharmacie
③ quai aux Fleurs	⑫ rue Pasteur	Ⓒ Carrefour Saint-Roch	c la salle des fêtes
④ rue de l'Église	⑬ rue du Puits	Ⓓ Place des Tanneurs	d la gendarmerie
⑤ rue du Four	⑭ allée des Peupliers	Ⓔ Carrefour des Quatre-Chemins	
⑥ rue du Stade	⑮ rue Haute	Ⓕ Rond-point des Vaches	
⑦ rue de la Poste	⑯ rue de la Mairie	Ⓖ Place Sainte-Croix	
⑧ chemin du Lavoir	⑰ rue du Pont	Ⓗ Coin du Lavoir	
⑨ rue des Jardins		Ⓘ Carrefour de l'Hôpital	
		Ⓙ Carrefour du Lavoir	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

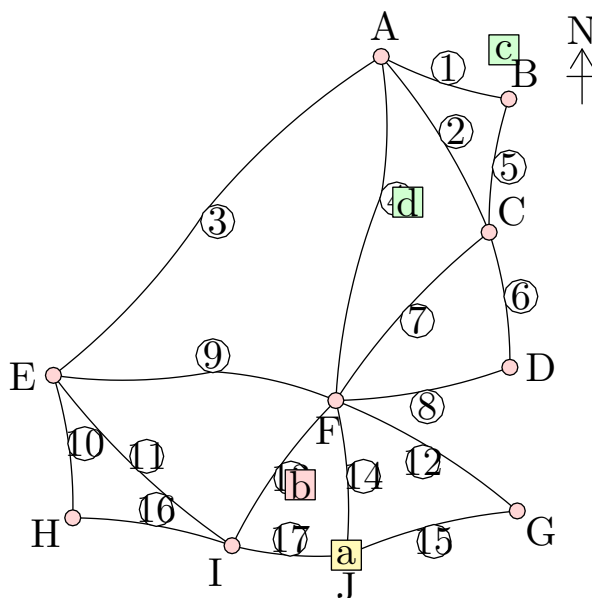
Problème — Fiche n°216



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	4	2	4	2	4	7	2	2	4	3
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $34 = 2 \times 17$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : F, J — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en J, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, F et J, et la poste est justement sur l'un des deux (J). Il part donc de la poste et termine en F, l'autre carrefour impair.



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (**J**), prend l'**allée des Peupliers** ⑭ vers le nord et atteint Rond-point des Vaches (**F**).
2. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** ④, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (**A**).
3. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ①, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (**B**).
4. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑤, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**C**).
5. Il prend dans la **rue Verte** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**A**).
6. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**E**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑨, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**C**).
9. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑥, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (**D**).
10. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).
11. Il prend dans la **rue Pasteur** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Place Sainte-Croix (**G**).
12. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**J**).
13. Il continue tout droit dans la **rue du Pont** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**I**).
14. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**E**).
15. Il prend dans le **boulevard du Parc** ⑩, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**H**).
16. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑯, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**I**).
17. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en F ou en J : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.