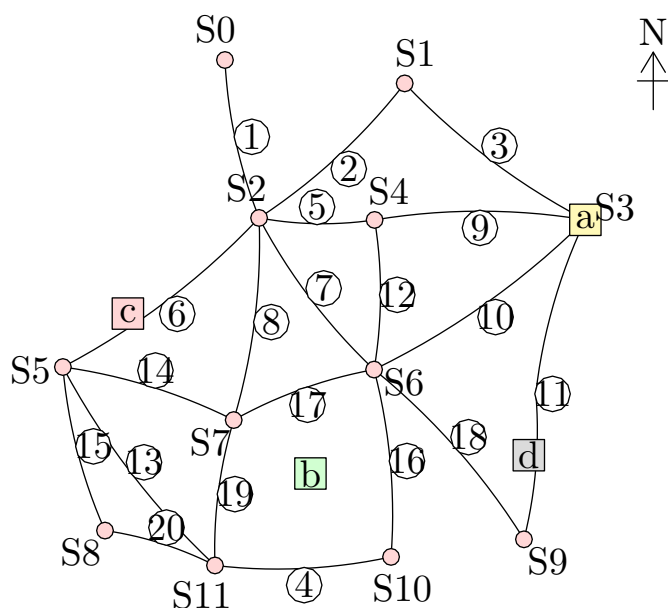


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① impasse du Vieux-Four	⑪ rue des Jardins	S0 Place du Marché	a la poste
② rue Haute	⑫ rue du Stade	S1 Place de l'Église	b la salle des fêtes
③ chemin Creux	⑬ chemin du Lavoir	S2 Carrefour de l'Hôpital	c le lavoir
④ passage du Marché	⑭ allée des Peupliers	S3 Rond-point de la Gare	d le stade
⑤ chemin de Ronde	⑮ rue de la Poste	S4 Rond-point du Pont	
⑥ rue Neuve	⑯ sentier des Prés	S5 Carrefour Saint-Roch	
⑦ rue du Four	⑰ venelle du Chat	S6 Carrefour du Moulin	
⑧ rue du Puits	⑱ allée des Tilleuls	S7 Carrefour des Tilleuls	
⑨ quai aux Fleurs	⑲ rue des Écoles	S8 Placette des Ormes	
⑩ chemin des Vignes	⑳ rue Basse	S9 Place du Vieux-Puits	
		S10 Place Sainte-Croix	
		S11 Rond-point de la Poste	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°217

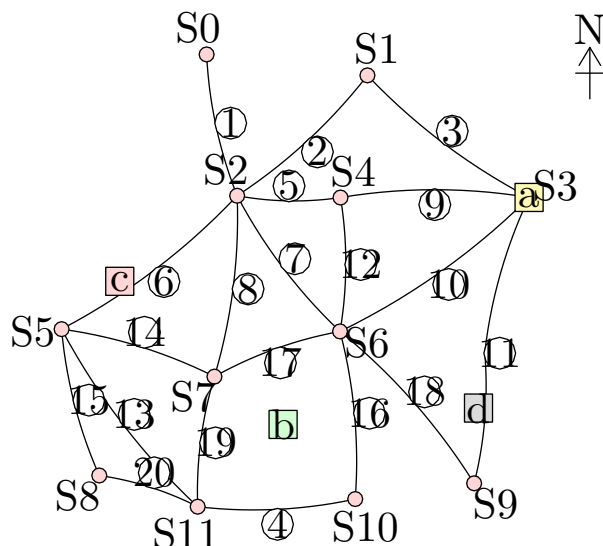


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	1	2	6	4	3	4	6	4	2	2	2	4
Parité	impair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $40 = 2 \times 20$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S0, S4 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S3**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S0 et S4 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S3**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S0 à S4. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



Ce parcours, en partant de S0 :

1. Il part de Place du Marché (S0), prend l'impasse du Vieux-Four ① vers le sud et atteint Carrefour de l'Hôpital (S2).
2. Il tourne à gauche dans la rue Haute ②, vers le nord-est, jusqu'à Place de l'Église (S1).
3. Il tourne à droite dans le chemin Creux ③, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S3).
4. Il prend dans le quai aux Fleurs ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S4).
5. Il continue tout droit dans le chemin de Ronde ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S2).
6. Il tourne à gauche dans la rue Neuve ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).
7. Il tourne à gauche dans le chemin du Lavoir ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S11).
8. Il tourne à gauche dans le passage du Marché ④, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (S10).
9. Il tourne à gauche dans le sentier des Prés ⑯, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (S6).
10. Il continue tout droit dans la rue du Four ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S2).
11. Il prend dans la rue du Puits ⑧, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S7).
12. Il tourne à droite dans l'allée des Peupliers ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).
13. Il tourne à gauche dans la rue de la Poste ⑮, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (S8).
14. Il tourne à gauche dans la rue Basse ⑳, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S11).
15. Il tourne à gauche dans la rue des Écoles ⑰, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S7).
16. Il tourne à droite dans la venelle du Chat ⑰, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S6).
17. Il continue tout droit dans le chemin des Vignes ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S3).
18. Il prend dans la rue des Jardins ⑪, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S9).
19. Il tourne à droite dans l'allée des Tilleuls ⑱, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S6).
20. Il tourne à droite dans la rue du Stade ⑫, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (S4).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.