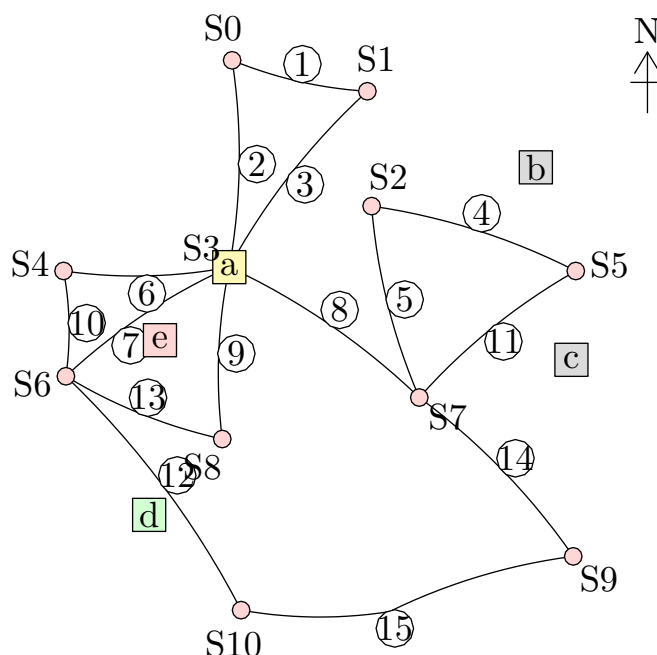




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Four	⑨ rue de la Mairie	S0 Place de la Fontaine	a la poste
② venelle du Chat	⑩ chemin du Lavoir	S1 Coin du Lavoir	b le gymnase
③ rue de la Poste	⑪ passage du Marché	S2 Place aux Herbes	c le stade
④ rue Verte	⑫ chemin des Vignes	S3 Rond-point des Vaches	d la gendarmerie
⑤ rue Haute	⑬ rue Basse	S4 Place du Vieux-Puits	e la pharmacie
⑥ sentier des Prés	⑭ quai aux Fleurs	S5 Place Sainte-Croix	
⑦ allée des Tilleuls	⑮ rue du Pont	S6 Rond-point de la Poste	
⑧ avenue de la Gare		S7 Carrefour de l'Hôpital	
		S8 Place du Marché	
		S9 Place de l'Église	
		S10 Placette des Ormes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

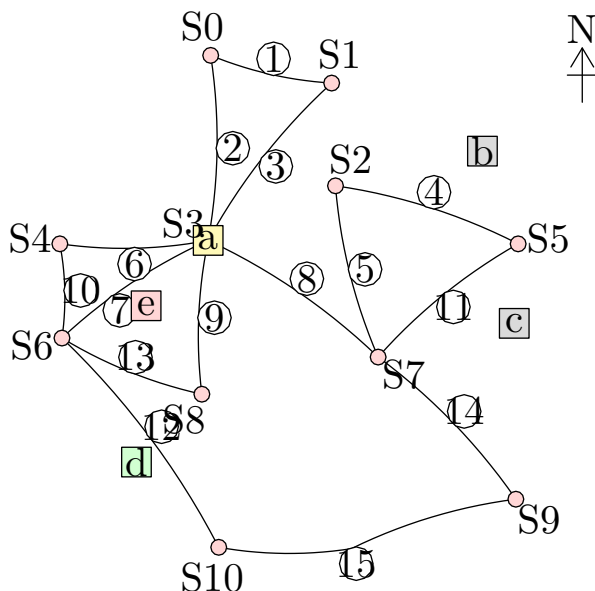
Problème — Fiche n°220



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	2	2	2	6	2	2	4	4	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S3**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°220



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point des Vaches (S3), prend la **venelle du Chat** ② vers le nord et atteint Place de la Fontaine (S0).
2. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ①, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir (S1).
3. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S3).
4. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S4).
5. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑩, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (S6).
6. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S3).
7. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S7).
8. Il prend dans la **rue Haute** ⑤, vers le nord, jusqu'à Place aux Herbes (S2).
9. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ④, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (S5).
10. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S7).
11. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑭, vers le sud-est, jusqu'à Place de l'Église (S9).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Placette des Ormes (S10).
13. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S6).
14. Il prend dans la **rue Basse** ⑬, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (S8).
15. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑨, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (S3).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.