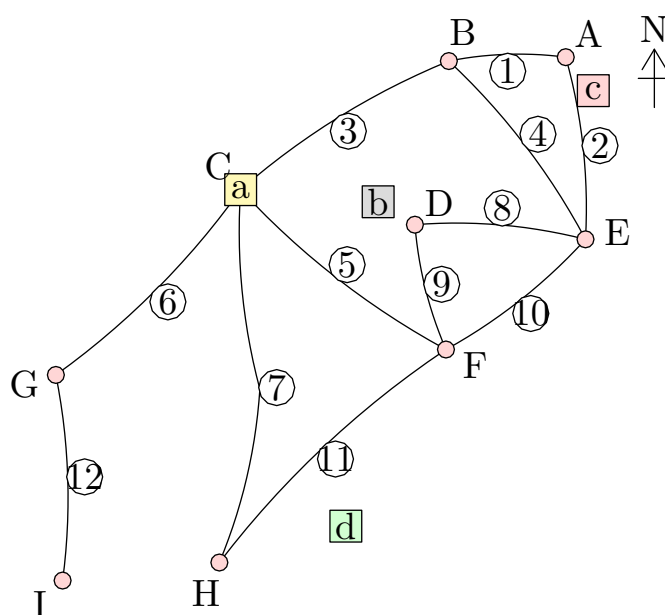




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin Creux	⑦ rue de l'Église	(A) Place du Vieux-Puits	a la poste
② boulevard du Parc	⑧ rue de la Poste	(B) Carrefour du Moulin	b le cimetière
③ chemin des Vignes	⑨ rue des Jardins	(C) Carrefour des Tilleuls	c la pharmacie
④ rue du Pont	⑩ rue du Four	(D) Place des Tanneurs	d la mairie
⑤ quai aux Fleurs	⑪ rue Verte	(E) Carrefour des Quatre-Chemins	
⑥ rue du Puits	⑫ impasse des Roses	(F) Rond-point des Vaches	
		(G) Place aux Herbes	
		(H) Place de la Fontaine	
		(I) Coin du Lavoir	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°221

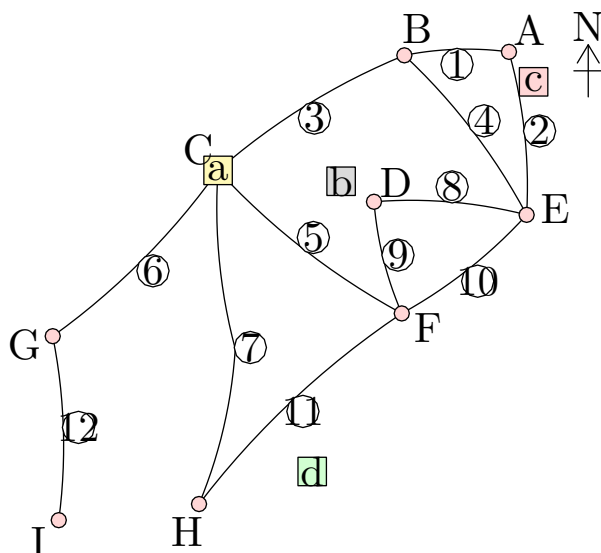


-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	3	4	2	4	4	2	2	1
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, I — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en C, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, B et I : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en C, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de B à I. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°221



Ce parcours, en partant de B :

1. Il part de Carrefour du Moulin **(B)**, prend le **chemin Creux** ① vers l'est et atteint Place du Vieux-Puits **(A)**.
2. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(E)**.
3. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin **(B)**.
4. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(C)**.
5. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches **(F)**.
6. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑨, vers le nord, jusqu'à Place des Tanneurs **(D)**.
7. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑧, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(E)**.
8. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches **(F)**.
9. Il continue tout droit dans la **rue Verte** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine **(H)**.
10. Il prend dans la **rue de l'Église** ⑦, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(C)**.
11. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Place aux Herbes **(G)**.
12. Il tourne à gauche dans l'**impasse des Roses** ⑫, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir **(I)**.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.