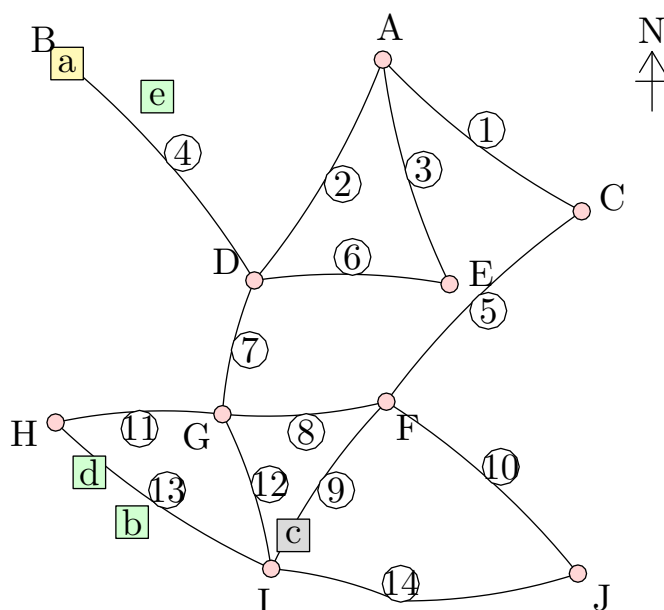




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Poste	⑧ venelle du Chat	Ⓐ Carrefour de l'Hôpital	a la poste
② rue Haute	⑨ rue des Écoles	Ⓑ Coin du Lavoir	b la mairie
③ rue du Stade	⑩ rue de la Mairie	Ⓒ Placette des Ormes	c le gymnase
④ impasse des Roses	⑪ rue des Lilas	Ⓓ Rond-point du Stade	d la salle des fêtes
⑤ passage du Marché	⑫ rue du Four	Ⓔ Place Sainte-Croix	e la gendarmerie
⑥ sentier des Prés	⑬ rue Basse	Ⓕ Carrefour du Lavoir	
⑦ rue du Puits	⑭ chemin des Vignes	Ⓖ Carrefour de la Mairie	
		Ⓗ Place de la Fontaine	
		Ⓘ Rond-point de la Poste	
		Ⓙ Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°222

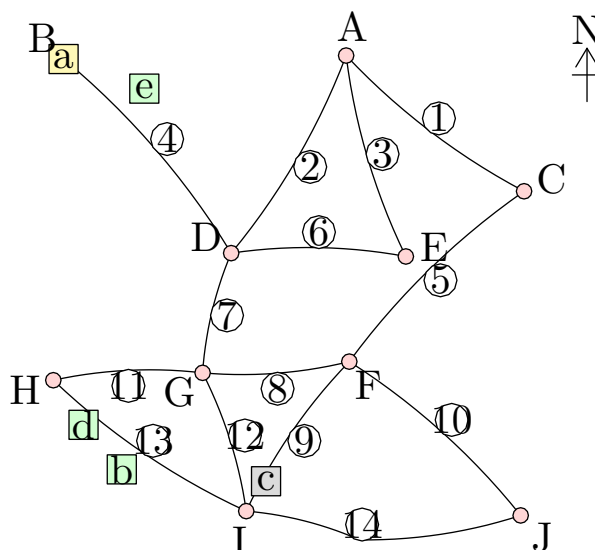


-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	3	1	2	4	2	4	4	2	4	2
Parité	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $28 = 2 \times 14$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, B — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en B, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et B, et la poste est justement sur l'un des deux (B). Il part donc de la poste et termine en A, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°222



Voici une tournée possible :

1. Il part de Coin du Lavoir **(B)**, prend l'**impasse des Roses** ④ vers le sud-est et atteint Rond-point du Stade **(D)**.
2. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ②, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(A)**.
3. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ①, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes **(C)**.
4. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(F)**.
5. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(G)**.
6. Il continue tout droit dans la **rue des Lilas** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Place de la Fontaine **(H)**.
7. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste **(I)**.
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(F)**.
9. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Place de l'Église **(J)**.
10. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste **(I)**.
11. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑫, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(G)**.
12. Il continue tout droit dans la **rue du Puits** ⑦, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade **(D)**.
13. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑥, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix **(E)**.
14. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ③, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(A)**.

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en B : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.