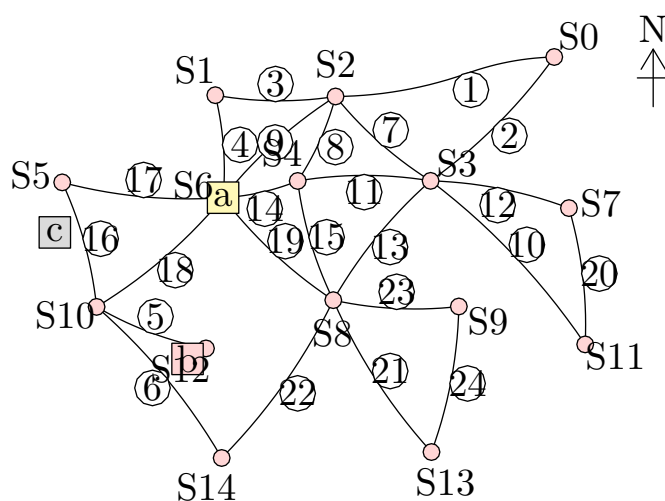




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① sentier des Prés	⑬ chemin des Vignes	S0 Fontaine Notre-Dame	a la poste
② rue du Pont	⑭ rue du Puits	S1 Place du Vieux-Puits	b la pharmacie
③ avenue de la Gare	⑮ rue des Lilas	S2 Rond-point du Stade	c le gymnase
④ rue du Moulin	⑯ rue Basse	S3 Rond-point de la Gare	
⑤ impasse du Vieux-Four	⑰ rue des Jardins	S4 Rond-point des Vaches	
⑥ rue du Stade	⑱ rue Haute	S5 Place du Marché	
⑦ chemin Creux	⑲ boulevard du Parc	S6 Carrefour de la Mairie	
⑧ rue de l'Église	⑳ allée des Tilleuls	S7 Place de l'Église	
⑨ rue Neuve	21 rue de la Mairie	S8 Carrefour du Lavoir	
⑩ venelle du Chat	22 passage du Marché	S9 Place de la Fontaine	
⑪ quai aux Fleurs	23 chemin de Ronde	S10 Carrefour du Moulin	
⑫ rue Pasteur	24 rue des Écoles	S11 Placette des Ormes	
		S12 Place aux Herbes	
		S13 Place des Tanneurs	
		S14 Place Sainte-Croix	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°226

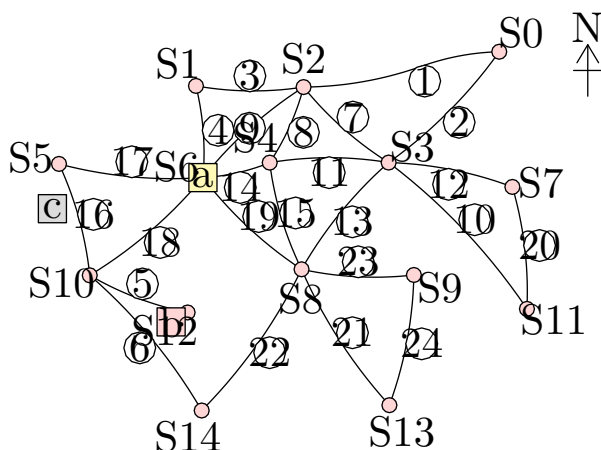


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	2	2	5	6	4	2	6	2	6	2	4	2	1	2
Parité	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $48 = 2 \times 24$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S2, S12 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S6**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S2 et S12 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S6**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S2 à S12. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



Ce parcours, en partant de S2 :

1. Il part de Rond-point du Stade (**S2**), prend le **sentier des Prés** ① vers l'est et atteint Fontaine Notre-Dame (**S0**).
2. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S3**).
3. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**S2**).
4. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ③, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S1**).
5. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S6**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S2**).
7. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S4**).
8. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑪, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S3**).
9. Il continue tout droit dans la **venelle du Chat** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes (**S11**).
10. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑫, vers le nord, jusqu'à Place de l'Église (**S7**).
11. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑬, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S3**).
12. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑬, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S8**).
13. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑮, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S4**).
14. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S6**).
15. Il continue tout droit dans la **rue des Jardins** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché (**S5**).
16. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑯, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S10**).
17. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S14**).
18. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** 22, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S8**).
19. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** 21, vers le sud-est, jusqu'à Place des Tanneurs (**S13**).
20. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** 24, vers le nord, jusqu'à Place de la Fontaine (**S9**).
21. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** 23, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S8**).
22. Il continue tout droit dans le **boulevard du Parc** ⑰, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S6**).
23. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑱, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S10**).
24. Il tourne à gauche dans l'**impasse du Vieux-Four** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (**S12**).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.