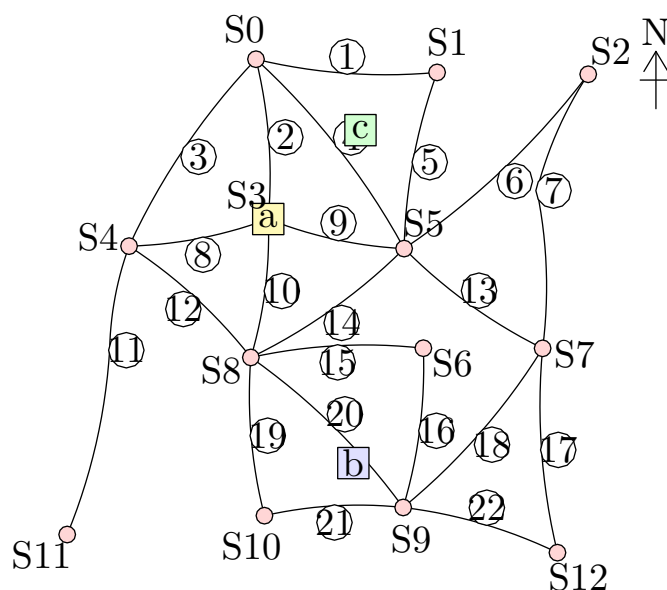


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Verte	⑫ rue des Lilas	S0 Carrefour du Lavoir	a la poste
② rue Pasteur	⑬ rue du Moulin	S1 Place du Vieux-Puits	b l'école
③ venelle du Chat	⑭ chemin Creux	S2 Place aux Herbes	c la salle des fêtes
④ rue Neuve	⑮ rue du Puits	S3 Rond-point de la Gare	
⑤ boulevard du Parc	⑯ rue de la Poste	S4 Carrefour Saint-Roch	
⑥ chemin du Lavoir	⑰ rue des Écoles	S5 Rond-point de la Poste	
⑦ sentier des Prés	⑱ rue du Four	S6 Place de l'Église	
⑧ avenue de la Gare	⑲ chemin des Vignes	S7 Carrefour de l'Hôpital	
⑨ allée des Peupliers	⑳ chemin de Ronde	S8 Carrefour du Moulin	
⑩ allée des Tilleuls	21 rue Haute	S9 Rond-point du Stade	
⑪ impasse des Roses	22 quai aux Fleurs	S10 Place des Tanneurs	
		S11 Place du Marché	
		S12 Place de la Fontaine	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

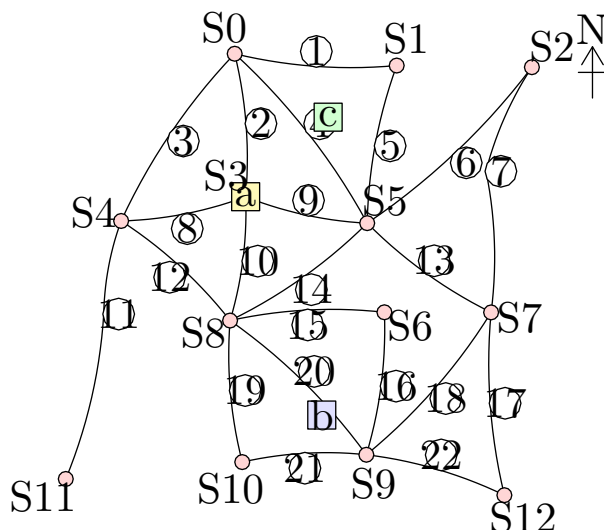
Problème — Fiche n°227



-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
Nombre de rues	4	2	2	4	4	6	2	4	6	5	2	1	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $44 = 2 \times 22$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S9, S11 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S3**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S9 et S11 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S3**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S9 à S11. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



Ce parcours, en partant de S9 :

1. Il part de Rond-point du Stade (S9), prend la **rue de la Poste** ⑩ vers le nord et atteint Place de l'Église (S6).
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S8).
3. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑩, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (S3).
4. Il continue tout droit dans la **rue Pasteur** ②, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S0).
5. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ①, vers l'est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S1).
6. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑤, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (S5).
7. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S0).
8. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S4).
9. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑧, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S3).
10. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑨, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S5).
11. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Place aux Herbes (S2).
12. Il prend dans le **sentier des Prés** ⑦, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S7).
13. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S5).
14. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S8).
15. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑰, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (S10).
16. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** 21, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (S9).
17. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑱, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S7).
18. Il prend dans la **rue des Écoles** ⑰, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (S12).
19. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** 22, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (S9).
20. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑳, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S8).
21. Il continue tout droit dans la **rue des Lilas** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S4).
22. Il tourne à gauche dans l'**impasse des Roses** ⑪, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (S11).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.