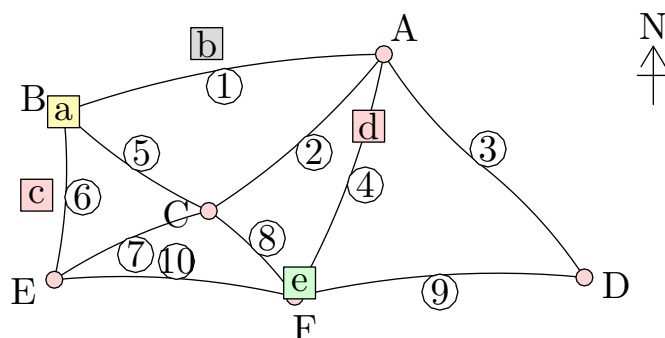




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Haute	⑥ passage du Marché	Ⓐ Carrefour des Tilleuls	a la poste
② rue du Stade	⑦ chemin Creux	Ⓑ Carrefour du Lavoir	b l'église
③ chemin du Lavoir	⑧ venelle du Chat	Ⓒ Rond-point du Pont	c le marché couvert
④ rue de la Mairie	⑨ rue Verte	Ⓓ Coin du Lavoir	d le lavoir
⑤ rue de l'Église	⑩ quai aux Fleurs	Ⓔ Rond-point de la Poste	e la mairie
		Ⓕ Rond-point du Stade	

Légende du plan

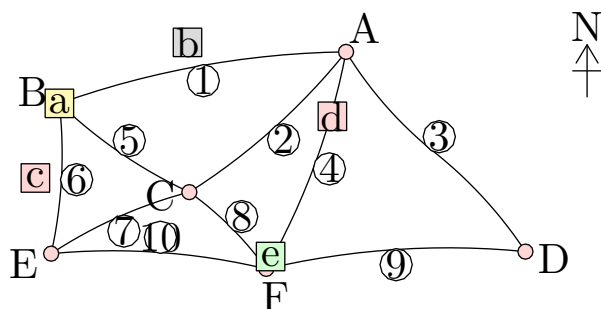
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F
Nombre de rues	4	3	4	2	3	4
Parité	pair	impair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $20 = 2 \times 10$, car chaque rue est comptée à ses deux extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, E — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, B et E, et la poste est justement sur l'un des deux (B). Il part donc de la poste et termine en E, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°231



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (**B**), prend la **rue Haute** ① vers l'est et atteint Carrefour des Tilleuls (**A**).
2. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**C**).
3. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**B**).
4. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑥, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (**E**).
5. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (**C**).
6. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**F**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ④, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**A**).
8. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ③, vers le sud-est, jusqu'à Coin du Lavoir (**D**).
9. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**F**).
10. Il continue tout droit dans le **quai aux Fleurs** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**E**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en B ou en E : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.