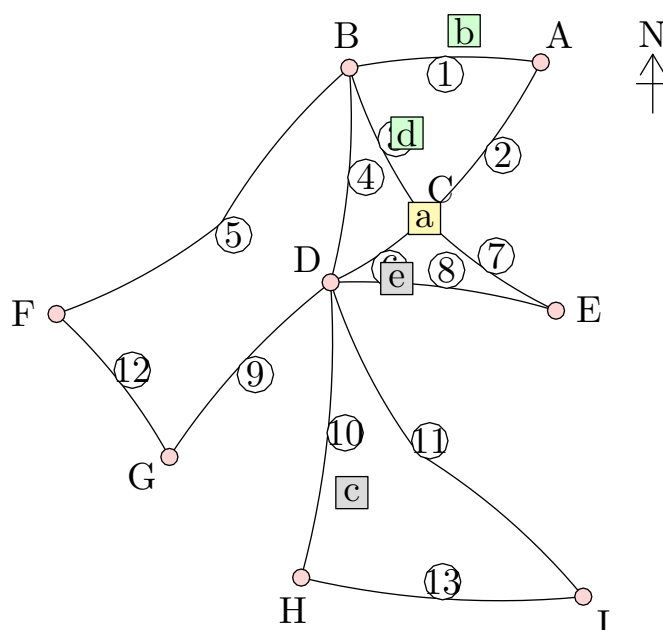




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin de Ronde	⑧ quai aux Fleurs	Ⓐ Placette des Ormes	a la poste
② rue Verte	⑨ rue Pasteur	Ⓑ Rond-point des Vaches	b la bibliothèque
③ avenue de la Gare	⑩ rue des Lilas	Ⓒ Carrefour Saint-Roch	c le cimetière
④ venelle du Chat	⑪ rue Neuve	Ⓓ Carrefour du Lavoir	d la mairie
⑤ chemin des Vignes	⑫ chemin du Lavoir	Ⓔ Place de la Fontaine	e le gymnase
⑥ allée des Peupliers	⑬ rue de la Mairie	Ⓕ Place des Tanneurs	
⑦ rue du Puits		Ⓖ Place du Vieux-Puits	
		Ⓗ Place du Marché	
		Ⓘ Place Sainte-Croix	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

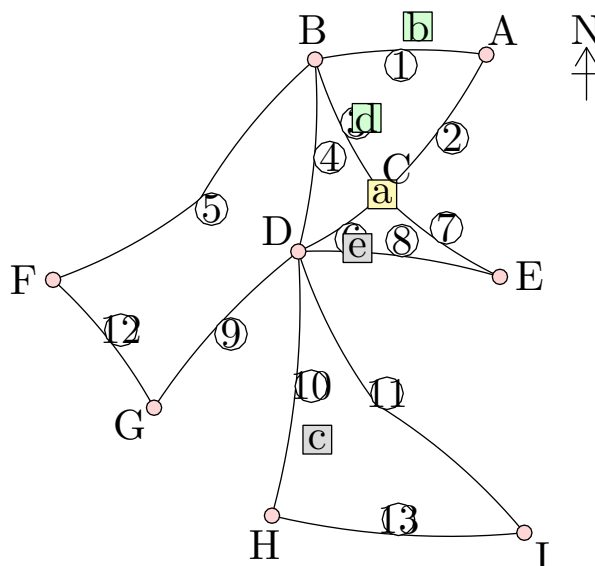
Problème — Fiche n°235



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	4	4	6	2	2	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **C**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°235



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour Saint-Roch (C), prend la **rue Verte** ② vers le nord-est et atteint Placette des Ormes (A).
 2. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ①, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (B).
 3. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ③, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (C).
 4. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (D).
 5. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ④, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (B).
 6. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (F).
 7. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (G).
 8. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (D).
 9. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (H).
 10. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑬, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (I).
 11. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (D).
 12. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑧, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (E).
 13. Il prend dans la **rue du Puits** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (C).
- 4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.