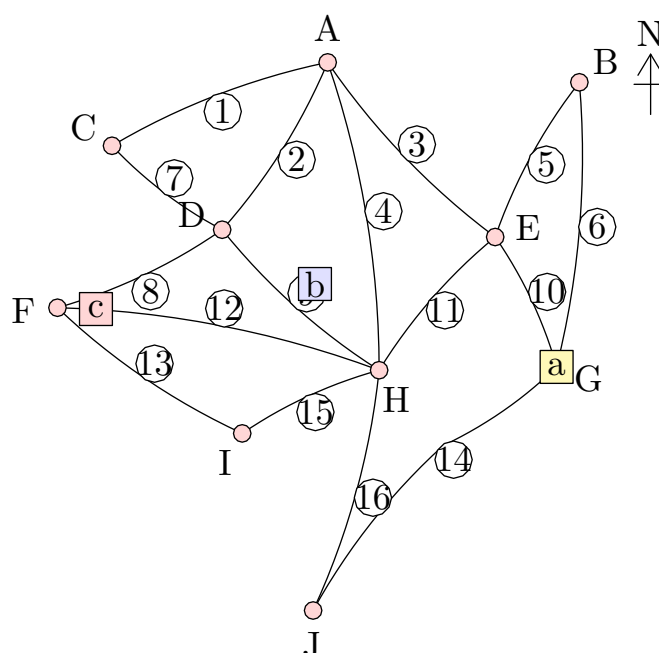


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① allée des Peupliers	⑨ chemin du Lavoir	(A) Rond-point du Stade	a la poste
② rue Neuve	⑩ rue de la Mairie	(B) Fontaine Notre-Dame	b l'école
③ chemin Creux	⑪ rue des Jardins	(C) Place du Marché	c la boulangerie
④ rue du Pont	⑫ chemin des Vignes	(D) Carrefour de la Mairie	
⑤ rue du Four	⑬ sentier des Prés	(E) Carrefour du Moulin	
⑥ boulevard du Parc	⑭ rue de l'Église	(F) Carrefour Saint-Roch	
⑦ allée des Tilleuls	⑮ venelle du Chat	(G) Carrefour de l'Hôpital	
⑧ avenue de la Gare	⑯ rue de la Poste	(H) Rond-point des Vaches	
		(I) Place aux Herbes	
		(J) Place Sainte-Croix	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

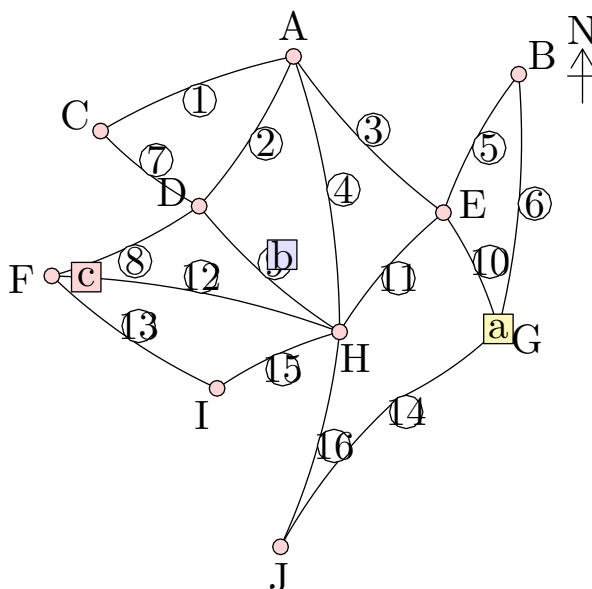
Problème — Fiche n°236



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	4	2	2	4	4	3	3	6	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	impair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : F, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **G**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, F et G, et la poste est justement sur l'un des deux (G). Il part donc de la poste et termine en F, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°236



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (**G**), prend le **boulevard du Parc** ⑥ vers le nord et atteint Fontaine Notre-Dame (**B**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**E**).
3. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**A**).
4. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché (**C**).
5. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**D**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ②, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**A**).
7. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ④, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches (**H**).
8. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**D**).
9. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**F**).
10. Il prend dans le **chemin des Vignes** ⑫, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**H**).
11. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑪, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**E**).
12. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**G**).
13. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**J**).
14. Il prend dans la **rue de la Poste** ⑯, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**H**).
15. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**I**).
16. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**F**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en F ou en G : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.