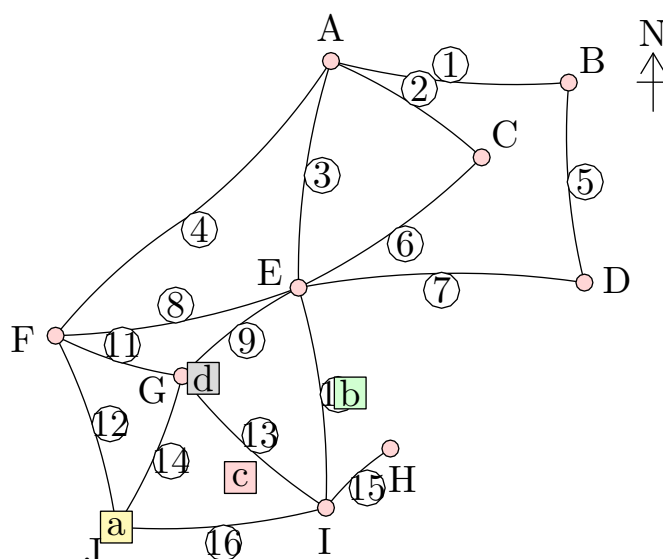




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Pont	⑨ rue du Stade	Ⓐ Rond-point du Pont	a la poste
② rue Verte	⑩ rue des Lilas	Ⓑ Coin du Lavoir	b la gendarmerie
③ rue Basse	⑪ chemin du Lavoir	Ⓒ Placette des Ormes	c la pharmacie
④ rue Pasteur	⑫ chemin Creux	Ⓓ Place aux Herbes	d l'église
⑤ rue Neuve	⑬ venelle du Chat	Ⓔ Carrefour du Moulin	
⑥ passage du Marché	⑭ allée des Tilleuls	Ⓕ Rond-point des Vaches	
⑦ rue de la Poste	⑮ impasse Verte	Ⓖ Carrefour des Tilleuls	
⑧ rue des Jardins	⑯ allée des Peupliers	Ⓖ Place de la Fontaine	
		Ⓘ Rond-point de la Poste	
		Ⓙ Carrefour de la Mairie	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°237

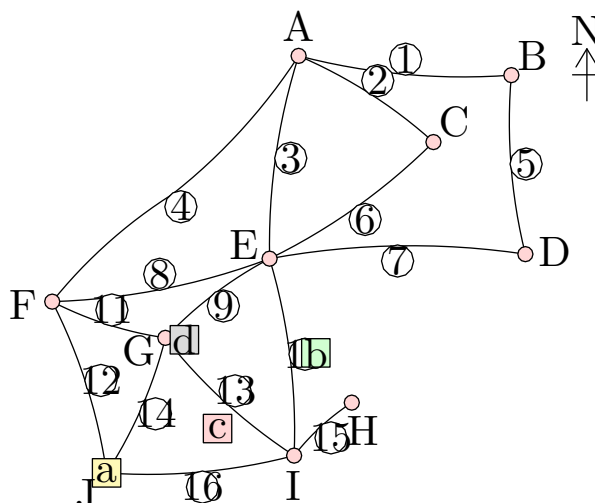


-
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	4	2	2	2	6	4	4	1	4	3
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : H, J — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **J**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, H et J, et la poste est justement sur l'un des deux (J). Il part donc de la poste et termine en H, l'autre carrefour impair.



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de la Mairie (**J**), prend le **chemin Creux** ⑫ vers le nord et atteint Rond-point des Vaches (**F**).
2. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ④, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (**A**).
3. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ①, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir (**B**).
4. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑤, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (**D**).
5. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**E**).
6. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ③, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (**A**).
7. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ②, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes (**C**).
8. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**E**).
9. Il continue tout droit dans la **rue des Jardins** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).
10. Il prend dans le **chemin du Lavoir** ⑪, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**G**).
11. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**E**).
12. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑩, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (**I**).
13. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**G**).
14. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**J**).
15. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑯, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**I**).
16. Il tourne à gauche dans l'**impasse Verte** ⑮, vers le nord-est, jusqu'à Place de la Fontaine (**H**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en H ou en J : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.