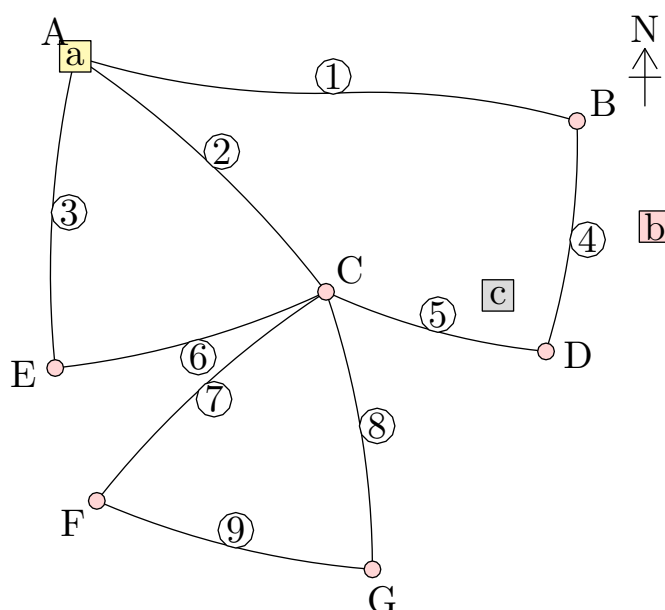




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de l'Église	⑥ rue des Écoles	Ⓐ Rond-point du Pont	a la poste
② rue Pasteur	⑦ chemin des Vignes	Ⓑ Place du Vieux-Puits	b la boulangerie
③ sentier des Prés	⑧ rue de la Mairie	Ⓒ Carrefour du Moulin	c le stade
④ quai aux Fleurs	⑨ rue des Lilas	Ⓓ Fontaine Notre-Dame	
⑤ rue du Stade		Ⓔ Place aux Herbes	
		Ⓕ Place de la Fontaine	
		Ⓖ Coin du Lavoir	

Légende du plan

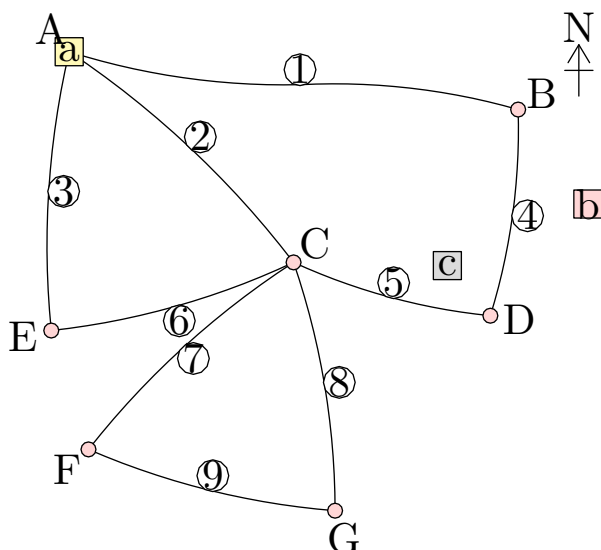
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G
Nombre de rues	3	2	5	2	2	2	2
Parité	impair	pair	impair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $18 = 2 \times 9$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, C — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **A**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et C, et la poste est justement sur l'un des deux (A). Il part donc de la poste et termine en C, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°241



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point du Pont (**A**), prend la **rue de l'Église** ① vers l'est et atteint Place du Vieux-Puits (**B**).
2. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ④, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**D**).
3. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**C**).
4. Il continue tout droit dans la **rue Pasteur** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**A**).
5. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ③, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (**E**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑥, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**C**).
7. Il prend dans le **chemin des Vignes** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (**F**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑨, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir (**G**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑧, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (**C**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en C : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.