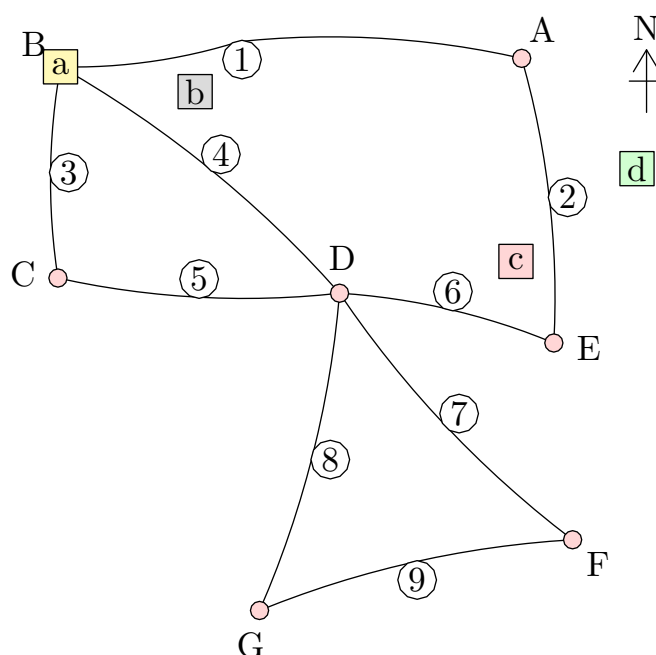




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

## La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

| Les rues            |                       | Les carrefours         | Les bâtiments    |
|---------------------|-----------------------|------------------------|------------------|
| ① rue Verte         | ⑥ rue Basse           | Ⓐ Place aux Herbes     | a la poste       |
| ② chemin de Ronde   | ⑦ chemin des Vignes   | Ⓑ Carrefour du Lavoir  | b le cimetière   |
| ③ avenue de la Gare | ⑧ allée des Peupliers | Ⓒ Coin du Lavoir       | c la boulangerie |
| ④ sentier des Prés  | ⑨ rue Pasteur         | Ⓓ Rond-point du Pont   | d la gendarmerie |
| ⑤ quai aux Fleurs   |                       | Ⓔ Fontaine Notre-Dame  |                  |
|                     |                       | Ⓕ Place de la Fontaine |                  |
|                     |                       | Ⓖ Place du Marché      |                  |

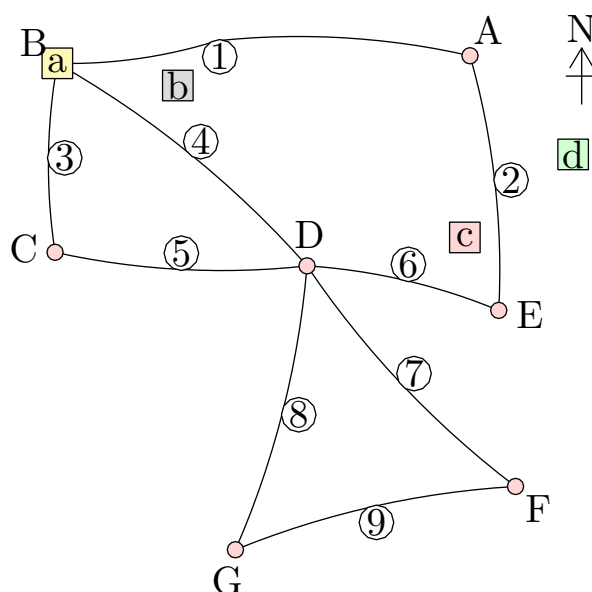
### Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

## Correction

### La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

| Carrefour      | A    | B      | C    | D      | E    | F    | G    |
|----------------|------|--------|------|--------|------|------|------|
| Nombre de rues | 2    | 3      | 2    | 5      | 2    | 2    | 2    |
| Parité         | pair | impair | pair | impair | pair | pair | pair |

Vérification : la somme de ces nombres vaut  $18 = 2 \times 9$ , car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

**Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, D — il y en a 2.**

2.

**Le raisonnement clé.** Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

**Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».**

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

**Oui.** Deux carrefours sont impairs, B et D, et la poste est justement sur l'un des deux (B). Il part donc de la poste et termine en D, l'autre carrefour impair.



## La tournée du facteur

Problème — Fiche n°242



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour du Lavoir **(B)**, prend la **rue Verte** ① vers l'est et atteint Place aux Herbes **(A)**.
2. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ②, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame **(E)**.
3. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(D)**.
4. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(B)**.
5. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ③, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir **(C)**.
6. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑤, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont **(D)**.
7. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Place de la Fontaine **(F)**.
8. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché **(G)**.
9. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑧, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont **(D)**.

4.

**C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en B ou en D : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.**