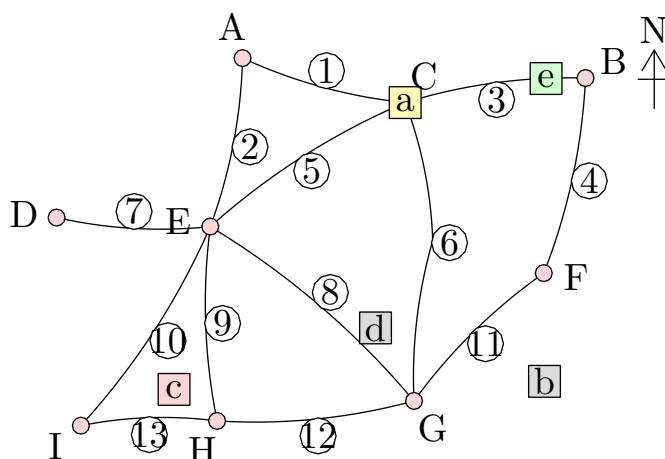




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Pont	⑧ rue du Stade	Ⓐ Placette des Ormes	a la poste
② rue Verte	⑨ rue des Écoles	Ⓑ Place aux Herbes	b le cimetière
③ rue du Four	⑩ sentier des Prés	Ⓒ Rond-point des Vaches	c le marché couvert
④ rue du Moulin	⑪ chemin du Lavoir	Ⓓ Place du Marché	d le stade
⑤ rue du Puits	⑫ allée des Peupliers	Ⓔ Carrefour du Lavoir	e la mairie
⑥ quai aux Fleurs	⑬ rue Pasteur	Ⓕ Place de l'Église	
⑦ impasse du Vieux-Four		Ⓖ Rond-point de la Gare	
		Ⓗ Carrefour de la Mairie	
		Ⓘ Coin du Lavoir	

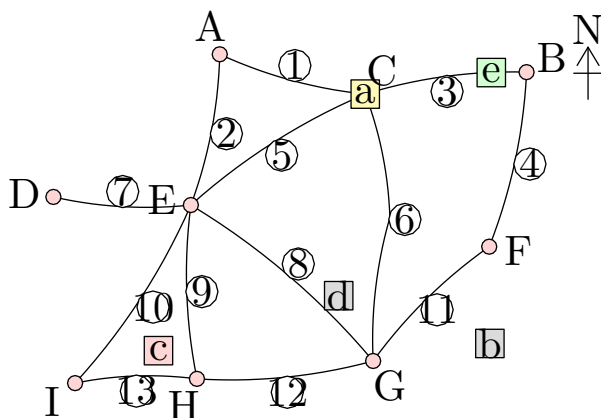
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ? Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	4	1	6	2	4	3	2
Parité	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : D, H — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en C, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, D et H : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en C, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de D à H. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°247



Ce parcours, en partant de D :

1. Il part de Place du Marché (**D**), prend l'**impasse du Vieux-Four** ⑦ vers l'est et atteint Carrefour du Lavoir (**E**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ②, vers le nord, jusqu'à Placette des Ormes (**A**).
3. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ①, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**C**).
4. Il continue tout droit dans la **rue du Four** ③, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (**B**).
5. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ④, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**F**).
6. Il continue tout droit dans le **chemin du Lavoir** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**G**).
7. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑥, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**C**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**E**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**G**).
10. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**H**).
11. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑨, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**E**).
12. Il prend dans le **sentier des Prés** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**I**).
13. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑬, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**H**).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.